

Chào các hạ khi các hạ đang đọc những dòng này tức là đang sở hữu một nửa cuốn Tuyệt Kỹ Casio hạ gục bài hay và khó giúp các hạ đủ sức hành tẩu trong giang hồ nhiều thử thách và điều quan trọng hơn là đủ sức thi đấu trong đại hội võ lâm vào 21/6 với nhiều Bí Tịch cực mạnh hạ gục các bài toán để dành một Slot vào trường mình thích.

Để lĩnh hội được sách võ công này yêu cầu các hạ phải có Level 6/10 nắm được các kiến thức và dạng bài cơ bản sách giáo khoa thì khi thi triển kỹ năng mới dễ dàng và hiểu được toàn bộ sự uyên thâm của nó.

Bản Bí Kíp này chứa 90% tâm pháp và chiêu thức nhưng cũng giúp các hạ tăng công lực rất nhiều, để nhận 10% còn lại các hạ truy cập vào **Bikiptheluc.com/sach** để kết nối tới Bang BKTL và rèn luyện những kỹ năng còn lại cũng như cập nhật xu thế đề và tham gia khóa LiveStream 7 ngày cuối luyện công cùng sư phụ Lực.

Bí

Kíp

Thế

Lực

2018Ver1.0

Advance Version



Bí Kíp Thế Lực

Casio Expert: Nguyễn Thế Lực

Bikiptheluc.com - Luyenthipro.vn

ĐT: 0977.543.462 - Fb: AD.TheLuc

Danh Mục**Giải đề chính thức 2017 mã 101,102,103,104.....27**

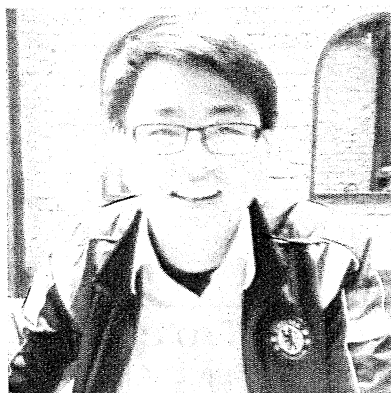
Giải đề minh họa lần 3.....54	Nguyên Hàm - Tích Phân.....132
Các kĩ năng Casio cơ bản.....77	Số Phức.....152
Một số dạng toán lớp 11.....87	Hình Oxyz.....182
Hàm Số.....101	Hình học không gian.....194
Mũ-Logarit.....117	Toán Ứng Dụng.....214

Hướng dẫn sử dụng:

***Lưu ý:** Sách chỉ được hỗ trợ khi mua từ anh – Nguyễn Thế Lực các em mua ở nơi khác đều không phải là sách gốc nên không được hỗ trợ.

Sau khi nhận được sách thì các em vào **Bikiptheluc.com/sach** để xem file cập nhật, bộ sách này bao gồm 1 cuốn sách, khóa học, khóa LiveStream lúc cuối sắp thi, group kín để trao đổi, cập nhật các dạng toán mới...

Mọi thắc mắc các em liên hệ :

**Sư Phụ : Nguyễn Thế Lực**

Fb.com/Ad.theluc (Anh hay chia sẻ tài liệu trên facebook này)

Youtube : MrTheLuc95**Tel: 0977.543.462 – 0968.368.653****Email: theluc95@gmail.com****CEO at Bikiptheluc.com – Loga.vn – Luyenthipro.vn****Sở thích:** viết sách , lập trình, làm mạch.**Nghề nghiệp:** Dạy học, Code, MMO, Đào Coin,...**Địa Chỉ:** Số 5, ngõ 4C Đặng Văn Ngữ, Đống Đa, Hà Nội (gần THPT Kim Liên)

Họ, tên thí sinh:

Mã đề thi 101

Số báo danh:

Câu 1. Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $2t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 + t - 3 = 0$. C. $4t - 3 = 0$. D. $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $\int \cos 3x dx = 3 \sin 3x + C$. B. $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.
 C. $\int \cos 3x dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$. D. $\int \cos 3x dx = \sin 3x + C$.

Câu 3. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. $z = -2 + 3i$. B. $z = 3i$. C. $z = -2$. D. $z = \sqrt{3} + i$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

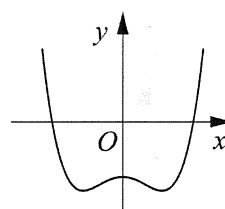
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
 C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. D. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 5. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + x^2 - 1$.
 B. $y = x^4 - x^2 - 1$.
 C. $y = x^3 - x^2 - 1$.
 D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.



Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. D. $I = 2$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 7 - 4i$. B. $z = 2 + 5i$. C. $z = -2 + 5i$. D. $z = 3 - 10i$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Họ, tên thí sinh:

Mã đề thi 104

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 8$.
 Tính bán kính R của (S) .

- A. $R = 8$. B. $R = 4$. C. $R = 2\sqrt{2}$. D. $R = 64$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 0)$ và $B(0; 1; 2)$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng AB ?

- A. $\vec{b} = (-1; 0; 2)$. B. $\vec{c} = (1; 2; 2)$. C. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$. D. $\vec{a} = (-1; 0; -2)$.

Câu 4. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

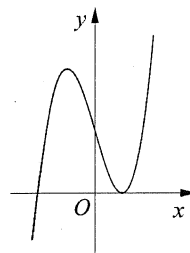
- A. $|z| = 3$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 5. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x - 5) = 4$.

- A. $x = 21$. B. $x = 3$. C. $x = 11$. D. $x = 13$.

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.
 Hàm số đó là hàm số nào ?

- A. $y = x^3 - 3x + 2$.
 B. $y = x^4 - x^2 + 1$.
 C. $y = x^4 + x^2 + 1$.
 D. $y = -x^3 + 3x + 2$.



Câu 7. Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 8. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $\log_2 a = \log_a 2$. B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$. C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$. D. $\log_2 a = -\log_a 2$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C.$

B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$

C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C.$

D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 10. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.

A. $z = 1 - 5i.$

B. $z = 1 + i.$

C. $z = 5 - 5i.$

D. $z = 1 - i.$

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $D = (0; +\infty).$

C. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}.$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6.$

B. $m = 0.$

C. $m = -4.$

D. $m = 2.$

Câu 13. Cho số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = -3 + i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

A. $N(4; -3).$

B. $M(2; -5).$

C. $P(-2; -1).$

D. $Q(-1; 7).$

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi}{3}.$

B. $V = 2\pi.$

C. $V = \frac{4}{3}.$

D. $V = 2.$

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy . Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

A. $\vec{u}_2 = (1; 2; 0).$

B. $\vec{u}_3 = (1; 0; 0).$

C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0).$

D. $\vec{u}_1 = (0; 2; 0).$

Câu 16. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

A. $T = 2\sqrt{2}.$

B. $T = 2.$

C. $T = 8.$

D. $T = 4.$

Câu 18. Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 12\pi.$

B. $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi.$

C. $S_{xq} = \sqrt{39}\pi.$

D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi.$

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 1.$

B. $m \geq 0.$

C. $m > 0.$

D. $m \neq 0.$

Câu 20. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

A. $m = \frac{17}{4}.$

B. $m = 10.$

C. $m = 5.$

D. $m = 3.$

Câu 21. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

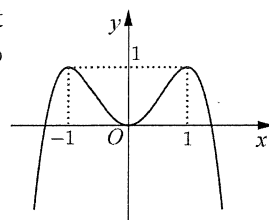
Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; -3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.
- B. $x - 2y - 3z + 6 = 0$.
- C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.
- D. $x - 2y - 3z - 6 = 0$.

Câu 23. Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $S = 4\sqrt{3}a^2$.
- B. $S = \sqrt{3}a^2$.
- C. $S = 2\sqrt{3}a^2$.
- D. $S = 8a^2$.

Câu 24. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.



- A. $m > 0$.
- B. $0 \leq m \leq 1$.
- C. $0 < m < 1$.
- D. $m < 1$.

Câu 25. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx$.

- A. $I = 7$.
- B. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$.
- C. $I = 3$.
- D. $I = 5 + \pi$.

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$.
- B. $D = (1; 3)$.
- C. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
- D. $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 27. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$.
- B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.
- C. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$.
- D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Câu 28. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

- A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$.
- B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$.
- C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$.
- D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$.

Câu 29. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $x = 3a + 5b$.
- B. $x = 5a + 3b$.
- C. $x = a^5 + b^3$.
- D. $x = a^5b^3$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a, BC = 4a, SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \frac{5a}{2}$.
- B. $R = \frac{17a}{2}$.
- C. $R = \frac{13a}{2}$.
- D. $R = 6a$.

Câu 31. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2.3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

- A. $m = 6$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 8$, $CD = 6$, $AC' = 12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

- A. $S_{tp} = 576\pi$. B. $S_{tp} = 10(2\sqrt{11} + 5)\pi$.
C. $S_{tp} = 26\pi$. D. $S_{tp} = 5(4\sqrt{11} + 5)\pi$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a; b; c)$ thuộc d sao cho $MA^2 + MB^2 = 28$, biết $c < 0$.

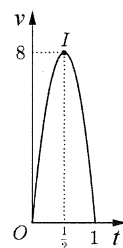
- A. $M(-1; 0; -3)$. B. $M(2; 3; 3)$. C. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{7}{6}; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 34. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 144 (m/s). B. 36 (m/s). C. 243 (m/s). D. 27 (m/s).

Câu 35. Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.

- A. $s = 4,0$ (km). B. $s = 2,3$ (km).
C. $s = 4,5$ (km). D. $s = 5,3$ (km).



Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z+3| = |z+3-10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

- A. $w = -3 + 8i$. B. $w = 1 + 3i$. C. $w = -1 + 7i$. D. $w = -4 + 8i$.

Câu 37. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (2m-1)x + 3 + m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{3}{4}$. C. $m = -\frac{1}{2}$. D. $m = \frac{1}{4}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2; 3; 3)$, $N(2; -1; -1)$, $P(-2; -1; 3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$.

Câu 39. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{3a^3}{8}$. B. $V = \frac{9a^3}{8}$. C. $V = \frac{a^3}{8}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

- A. $m = 0$. B. $0 < m < 3$.
C. $m < -1$ hoặc $m > 0$. D. $m > 0$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{mx + 4m}{x + m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

- A. 5. B. 4. C. Vô số. D. 3.

Câu 42. Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

- A. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C$. B. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C$. D. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C$.

Câu 43. Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)$. B. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$.
C. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right)$. D. $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$.

Câu 44. Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính $R = 3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H . Gọi T là giao điểm của tia HO với (S) , tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C) .

- A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = 16\pi$. C. $V = \frac{16\pi}{3}$. D. $V = 32\pi$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

- A. $m = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}, m = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$. B. $m = -1; m = 1$.
C. $m = 1$. D. $m \neq 0$.

Câu 46. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất S_{\min} của $S = 2a + 3b$.

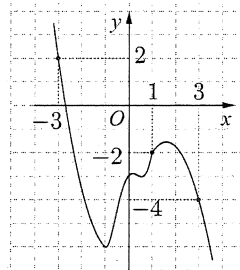
- A. $S_{\min} = 30$. B. $S_{\min} = 25$. C. $S_{\min} = 33$. D. $S_{\min} = 17$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; -2; 0)$ và $C(0; 0; -2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = -4$. B. $S = -1$. C. $S = -2$. D. $S = -3$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x + 1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(1) < g(3) < g(-3)$.
 B. $g(1) < g(-3) < g(3)$.
 C. $g(3) = g(-3) < g(1)$.
 D. $g(3) = g(-3) > g(1)$.



Câu 49. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $V = 144$. B. $V = 576$. C. $V = 576\sqrt{2}$. D. $V = 144\sqrt{6}$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh:

Mã đề thi 103

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = (x - 2)(x^2 + 1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. B. (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) không cắt trục hoành. D. (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α) ?

- A. $N(2; 2; 2)$. B. $Q(3; 3; 0)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $M(1; -1; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 4. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x + 1) = \frac{1}{2}$.

- A. $x = -6$. B. $x = 6$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{23}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		-5	

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số có bốn điểm cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
C. Hàm số không có cực đại. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 5)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$. Tính bán kính R của (S) .

- A. $R = 3$. B. $R = 18$. C. $R = 9$. D. $R = 6$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 - 5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $b = -2$. B. $b = 2$. C. $b = 3$. D. $b = -3$.

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin x$.

A. $\int 2\sin x dx = 2\cos x + C$.

B. $\int 2\sin x dx = \sin^2 x + C$.

C. $\int 2\sin x dx = \sin 2x + C$.

D. $\int 2\sin x dx = -2\cos x + C$.

Câu 9. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần thực a của z .

A. $a = 2$.

B. $a = 3$.

C. $a = -3$.

D. $a = -2$.

Câu 10. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_a \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

A. $I = \frac{1}{2}$.

B. $I = 2$.

C. $I = -\frac{1}{2}$.

D. $I = -2$.

Câu 11. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

A. $S = \{4\}$.

B. $S = \{3\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \{1\}$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$.

B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$.
Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$.

B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$.

D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 14. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$.

B. $x = \sqrt{2}, y = 2$.

C. $x = 0, y = 2$.

D. $x = \sqrt{2}, y = -2$.

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

A. $m = \frac{51}{4}$.

B. $m = \frac{49}{4}$.

C. $m = 13$.

D. $m = \frac{51}{2}$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$.
Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 40$.

B. $V = 192$.

C. $V = 32$.

D. $V = 24$.

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

A. $P = \frac{1}{6}$.

B. $P = \frac{1}{12}$.

C. $P = -\frac{1}{6}$.

D. $P = 6$.

Câu 18. Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = 2$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $a + b = -2$.

D. $a + 2b = 0$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

A. $3x + y - 2z - 14 = 0$.

B. $3x - y + 2z + 6 = 0$.

C. $3x - y + 2z - 6 = 0$.

D. $3x - y - 2z + 6 = 0$.

Câu 21. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$.

B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$.

C. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$.

D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

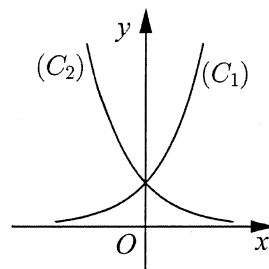
Câu 22. Cho hai hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ với a, b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < b < 1$.

B. $0 < b < 1 < a$.

C. $0 < a < 1 < b$.

D. $0 < b < a < 1$.



Câu 23. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng.

B. 1 mặt phẳng.

C. 2 mặt phẳng.

D. 3 mặt phẳng.

Câu 24. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với

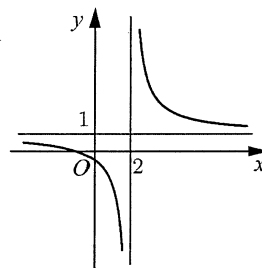
a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \neq 2$.

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.



Câu 25. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r = \frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$.

B. $r = 5$.

C. $r = 5\sqrt{\pi}$.

D. $r = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(2; 1; 0)$ và $\vec{b}(-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Câu 27. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $y = \frac{1}{x^2 + x + 1}$.

C. $y = \frac{1}{x^4 + 1}$.

D. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Câu 28. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3[\log_3(3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

A. $I = \frac{5}{4}$.

B. $I = 4$.

C. $I = 0$.

D. $I = \frac{3}{2}$.

Câu 29. Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

A. $Q = b^2$.

B. $Q = b^{\frac{5}{9}}$.

C. $Q = b^{-\frac{4}{3}}$.

D. $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 31. Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

A. 5.

B. 4.

C. Vô số.

D. 3.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là \mathbb{R} .

A. $m \geq 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \leq 2$.

D. $m > 2$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H . Tìm tọa độ H .

A. $H(-1; 4; 4)$.

B. $H(-3; 0; -2)$.

C. $H(3; 0; 2)$.

D. $H(1; -1; 0)$.

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

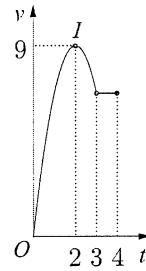
A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Câu 35. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật đi chuyển được trong 4 giờ đó.



- A. $s = 26,5$ (km). B. $s = 28,5$ (km). C. $s = 27$ (km). D. $s = 24$ (km).

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases}$ và

$d': \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' , đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

- A. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$. B. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-2}$. D. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-2}$.

Câu 37. Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

- A. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C$. B. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C$.
C. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$. D. $\int f'(x)\ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3| = 5$ và $|z-2i| = |z-2-2i|$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = 17$. B. $|z| = \sqrt{17}$. C. $|z| = \sqrt{10}$. D. $|z| = 10$.

Câu 39. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B . Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = 5$. D. $S = 10$.

Câu 40. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. B. $V = \sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 41. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 24 (m/s). B. 108 (m/s). C. 18 (m/s). D. 64 (m/s).

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực.

- A. $m < 1$. B. $m < \frac{2}{3}$. C. $m < 0$. D. $m \leq 1$.

Câu 43. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(a + b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. B. $\log(a + b) = 1 + \log a + \log b$.
C. $\log(a + b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$. D. $\log(a + b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Câu 44. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$.

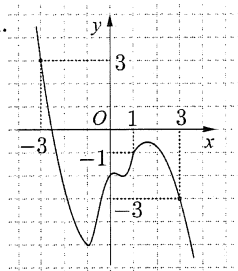
Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

- A. $m > 0$. B. $m < 1$. C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$. D. $0 < m < 1$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(3) < g(-3) < g(1)$. B. $g(1) < g(3) < g(-3)$.
C. $g(1) < g(-3) < g(3)$. D. $g(-3) < g(3) < g(1)$.



Câu 47. Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) .

- A. $V = 9\sqrt{3}\pi$. B. $V = 9\pi$. C. $V = 3\sqrt{3}\pi$. D. $V = 3\pi$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6)$, $B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A , B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 3$. B. $T = 5$. C. $T = 2$. D. $T = 4$.

Câu 50. Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 0. B. 1. C. Vô số. D. 2.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh:

Mã đề thi 102

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		0	$+\infty$
	$-\infty$					

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$.

B. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$.

C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln|5x-2| + C$.

B. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C$.

C. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln|5x-2| + C$.

D. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

B. $y = x^3 + x$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = -x^3 - 3x$.

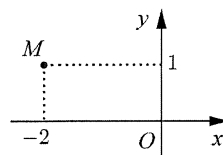
Câu 4. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên ?

A. $z_4 = 2 + i$.

B. $z_2 = 1 + 2i$.

C. $z_3 = -2 + i$.

D. $z_1 = 1 - 2i$.



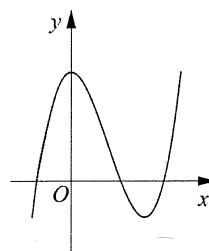
Câu 5. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào ?

A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.



Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

A. $OA = 3$.

B. $OA = 9$.

C. $OA = \sqrt{5}$.

D. $OA = 5$.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

A. $z = 11$.

B. $z = 3 + 6i$.

C. $z = -1 - 10i$.

D. $z = -3 - 6i$.

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2$.

A. $x = -4$.

B. $x = -3$.

C. $x = 3$.

D. $x = 5$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

A. $y = 0$.

B. $x = 0$.

C. $y - z = 0$.

D. $z = 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

A. $I = e$.

B. $I = \frac{1}{e}$.

C. $I = \frac{1}{2}$.

D. $I = 1$.

Câu 13. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{1}{8}}$.

B. $P = x^2$.

C. $P = \sqrt{x}$.

D. $P = x^{\frac{2}{9}}$.

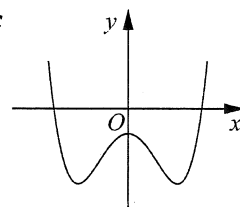
Câu 14. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

B. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

C. Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.

D. Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.



Câu 15. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$.

B. $m \geq 6$.

C. $m \leq 6$.

D. $m < 6$.

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $P = \frac{2}{3}$.

D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{3}$.

C. $V = \frac{a^3}{6}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Câu 19. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 16\pi\sqrt{3}$. D. $V = 12\pi$.

Câu 20. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 2(\pi + 1)$. B. $V = 2\pi(\pi + 1)$. C. $V = 2\pi^2$. D. $V = 2\pi$.

Câu 21. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)]dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = \frac{7}{2}$. C. $I = \frac{17}{2}$. D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 22. Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 2\sqrt{3}R$. B. $a = \frac{\sqrt{3}R}{3}$. C. $a = 2R$. D. $a = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 0; 1)$ và $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?

- A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$.
C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$.

- A. $M = 9$. B. $M = 8\sqrt{3}$. C. $M = 1$. D. $M = 6$.

Câu 25. Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

- A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
B. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
C. Hai khối chóp tam giác.
D. Hai khối chóp tứ giác.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

- A. $3x - y - z = 0$. B. $3x + y + z - 6 = 0$.
C. $3x - y - z + 1 = 0$. D. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 27. Cho số phức $z = 1 - i + i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z .

- A. $a = 0, b = 1$. B. $a = -2, b = 1$. C. $a = 1, b = 0$. D. $a = 1, b = -2$.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x + 1)$.

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2x+1}$.

Câu 29. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a(b^2c^3)$.

- A. $P = 31$. B. $P = 13$. C. $P = 30$. D. $P = 108$.

Câu 30. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$.

B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \left\{\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-\infty; 1)$.

B. $m \in (0; +\infty)$.

C. $m \in (0; 1]$.

D. $m \in (0; 1)$.

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 5$.

D. $m = -7$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

A. $x + z + 1 = 0$.

B. $x + y + 1 = 0$.

C. $y + z + 3 = 0$.

D. $x + z - 1 = 0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \leq 0$.

B. $m > 4$.

C. $0 < m \leq 2$.

D. $2 < m \leq 4$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{3}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Câu 37. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

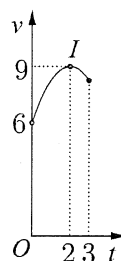
A. $M = \frac{1}{4}$.

B. $M = 1$.

C. $M = \frac{1}{2}$.

D. $M = \frac{1}{3}$.

Câu 38. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật đi chuyển được trong 3 giờ đó.



- A. $s = 24,25$ (km).
 B. $s = 26,75$ (km).
 C. $s = 24,75$ (km).
 D. $s = 25,25$ (km).

Câu 39. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i = |z|$. Tính $S = 4a + b$.

- A. $S = 4$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = -4$.

Câu 40. Cho $F(x) = (x - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- A. $\int f'(x)e^{2x}dx = (4 - 2x)e^x + C$. B. $\int f'(x)e^{2x}dx = \frac{2-x}{2}e^x + C$.
 C. $\int f'(x)e^{2x}dx = (2 - x)e^x + C$. D. $\int f'(x)e^{2x}dx = (x - 2)e^x + C$.

Câu 41. Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

- A. Năm 2023. B. Năm 2022. C. Năm 2021. D. Năm 2020.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 43. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

- A. $S_{xq} = 6\pi a^2$. B. $S_{xq} = 3\sqrt{3}\pi a^2$. C. $S_{xq} = 12\pi a^2$. D. $S_{xq} = 6\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$.

- A. $m \in (-\infty; 3)$. B. $m \in (-\infty; -1)$. C. $m \in (-\infty; +\infty)$. D. $m \in (1; +\infty)$.

Câu 46. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = a + 2b$.

A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$.

C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$.

D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 6; 2), B(2; -2; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B , gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

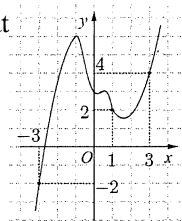
A. $R = \sqrt{6}$.

B. $R = 2$.

C. $R = 1$.

D. $R = \sqrt{3}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

B. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

C. $g(3) > g(-3) > g(1)$.

D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.

Câu 49. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \sqrt{6}$.

B. $x = \sqrt{14}$.

C. $x = 3\sqrt{2}$.

D. $x = 2\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

----- HẾT -----

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $Q(2; -1; 5)$. B. $P(0; 0; -5)$. C. $N(-5; 0; 0)$. D. $M(1; 1; 6)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{k} = (0; 0; 1)$. C. $\vec{j} = (0; 1; 0)$. D. $\vec{m} = (1; 1; 1)$.

Câu 11. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

- A. $V = 128\pi$. B. $V = 64\sqrt{2}\pi$. C. $V = 32\pi$. D. $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 12. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 13. Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = (\pi - 1)\pi$. C. $V = (\pi + 1)\pi$. D. $V = \pi + 1$.

Câu 15. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $P = 9\log_a b$. B. $P = 27\log_a b$. C. $P = 15\log_a b$. D. $P = 6\log_a b$.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. B. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
C. $D = (-2; 3)$. D. $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

- A. $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$. B. $S = [2; 16]$.
C. $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 18. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

- A. 4 mặt phẳng. B. 3 mặt phẳng. C. 6 mặt phẳng. D. 9 mặt phẳng.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A. $3x - 2y + z + 12 = 0$. B. $3x + 2y + z - 8 = 0$.
C. $3x - 2y + z - 12 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 3 = 0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 3; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

- A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 21. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 22. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

- A. $z^2 + 2z + 3 = 0$. B. $z^2 - 2z - 3 = 0$. C. $z^2 - 2z + 3 = 0$. D. $z^2 + 2z - 3 = 0$.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. $m = 11$. B. $m = 0$. C. $m = -2$. D. $m = 3$.

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- A. $D = (-\infty; 1)$. B. $D = (1; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 25. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 36$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 26. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

- A. $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $R = a$. C. $R = 2\sqrt{3}a$. D. $R = \sqrt{3}a$.

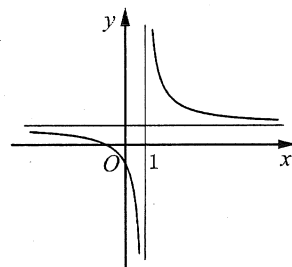
Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. B. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$.
C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$. D. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$.

Câu 28. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ với

a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm

$M(1; -2; 3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$. B. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 13$.
C. $(x - 1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$. D. $(x + 1)^2 + y^2 + z^2 = 17$.

Câu 30. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $Q(1; 2)$. B. $N(2; 1)$. C. $M(1; -2)$. D. $P(-2; 1)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

- A. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 32. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx = -x^2 + 2x + C.$

B. $\int f'(x)e^{2x}dx = -x^2 + x + C.$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx = 2x^2 - 2x + C.$

D. $\int f'(x)e^{2x}dx = -2x^2 + 2x + C.$

Câu 33. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m < -1.$

B. $3 < m \leq 4.$

C. $m > 4.$

D. $1 \leq m < 3.$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 1; 3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với Δ và Δ' .

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 35. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 13 năm.

B. 14 năm.

C. 12 năm.

D. 11 năm.

Câu 36. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = \frac{7}{3}.$

B. $S = -5.$

C. $S = 5.$

D. $S = -\frac{7}{3}.$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$

$d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 ?

A. $2x - y + 2z + 22 = 0.$

B. $2x - y + 2z + 13 = 0.$

C. $2x - y + 2z - 13 = 0.$

D. $2x + y + 2z - 22 = 0.$

Câu 38. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

A. $m = -4.$

B. $m = 4.$

C. $m = 81.$

D. $m = 44.$

Câu 40. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B . Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

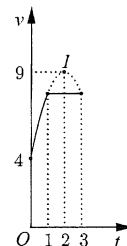
A. $P(1; 0).$

B. $M(0; -1).$

C. $N(1; -10).$

D. $Q(-1; 10).$

Câu 41. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



- A. $s = 23,25(\text{km})$. B. $s = 21,58(\text{km})$.
C. $s = 15,50(\text{km})$. D. $s = 13,83(\text{km})$.

Câu 42. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = \frac{7}{12}$. B. $P = \frac{1}{12}$. C. $P = 12$. D. $P = \frac{12}{7}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 44. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

- A. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. B. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. C. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}(1; a; b)$, tính $T = a - b$.

- A. $T = -2$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 0$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. Vô số. C. 1. D. 2.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = x + y$.

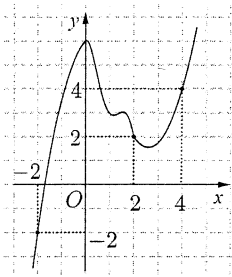
- A. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} - 19}{9}$. B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11} + 19}{9}$.
C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11} - 29}{21}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11} - 3}{3}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

- A. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. B. $m \in \mathbb{R}$.
C. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in (-2; +\infty)$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.

B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.

C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.

D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.

Câu 50. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

A. $d = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

B. $d = a$.

C. $d = \frac{\sqrt{5}a}{5}$.

D. $d = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

----- HẾT -----

Hướng dẫn giải và đáp án

Đáp án mã 101

1D	2B	3B	4C	5B	6D	7A	8C	9D	10B
11B	12C	13A	14C	15D	16D	17C	18B	19C	20B
21D	22C	23C	24B	25D	26D	27A	28D	29A	30B
31C	32D	33C	34D	35C	36B	37C	38A	39B	40C
41B	42D	43B	44B	45C	46C	47D	48D	49C	50D

Đáp án mã 102

1D	2A	3B	4C	5D	6A	7A	8D	9B	10B
11A	12C	13C	14A	15D	16D	17B	18D	19B	20B
21C	22D	23C	24D	25B	26A	27D	28B	29B	30A
31D	32C	33A	34D	35B	36C	37B	38C	39D	40C
41C	42C	43B	44C	45A	46A	47A	48D	49C	50A

Đáp án mã 103

1B	2D	3D	4C	5B	6A	7B	8D	9A	10B
11A	12C	13D	14C	15A	16C	17A	18D	19C	20C
21D	22B	23A	24A	25D	26B	27A	28D	29D	30B
31D	32B	33C	34D	35C	36A	37C	38C	39C	40A
41A	42A	43C	44B	45D	46B	47D	48D	49A	50D

Đáp án mã 104

1C	2C	3A	4D	5A	6A	7B	8C	9B	10B
11D	12B	13C	14A	15C	16D	17D	18B	19C	20D
21B	22C	23C	24C	25A	26C	27B	28D	29D	30C
31C	32B	33C	34B	35C	36D	37B	38B	39A	40D
41D	42A	43D	44A	45B	46A	47B	48A	49B	50A

Hướng dẫn giải câu hay và khó mã đề 101:

Câu 12: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Hướng dẫn

Bước 1: Nhập biểu thức

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$$

Bước 2: CALC số xấp xỉ nghiệm của mẫu

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = 0.6250000469$$

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16} = -29999999$$

Như vậy hàm chỉ có một tiệm cận đứng $x = -4$

Câu 13: Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn

Để cho nhanh chúng ta dùng d/dx

Bước 1: Nhập biểu thức

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2}{x^2 + 1} \right) \Big|_{x=0}$$

Bước 2: Chọn giá trị đặc trưng của các đáp án

Xét $x = 100$ xem A với C có khả năng đúng không ?

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2}{x^2 + 1} \right) \Big|_{x=100} = -3.99920012 \times 10^{-6}$$

Xét $x = -100$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{2}{x^2 + 1} \right) \Big|_{x=-100} = 3.99920012 \times 10^{-6}$$

Câu 15: Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- ## Hướng dẫn

2 **SHIFT** **RCL** **(-)**

3 SHIFT RCL 0.999

24A

3→E

$\log_A(B^3) + \log_{A^2}(C^2)$

9.509775004

ALPHA hyp — 6 log_□ ALPHA (-) ▶ ALPHA °'" ≡
□ Math ▲

 $C-6 \log_{10}(B)$

0

A. $m = 11$

B. $m = 0$

C. $m = -2$

D. $m = 3$

Hướng dẫn

MODE 7 ALPHA) SHIFT x^2 - 7 ALPHA) x^2 + 1 1 ALPHA) - 2 =

$$f(x) = x^3 - 7x^2 + 11x$$

Start 0= End 2= Step 0.1=

X	F(X)
0	-0.969
0.1	-0.072

- 2 -

Câu 25: Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$

- A. $I = 6$

B. $I = 36$

C. $I = 2$

D. $I = 4$

Hướng dẫn

Các em chọn hàm $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $\int_0^6 f(x)dx = 12$ đầu tiên là mình chọn hàm cơ bản

$$f(x) = x$$

$$\int_0^6 x dx$$

18

Sau đó thêm bớt hệ số để ra đúng KQ như đề (Chia cho KQ tích phân tính ra rồi nhân với giá trị tích phân đề cho)

$$\int_0^6 \frac{12x}{18} dx$$

12

$f(3x)$ thì các em thay x thành $3x$

$$\int_0^2 \frac{12(3x)}{18} dx$$

4

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$

B. $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$

C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$

D. $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$

Hướng dẫn

Ta có $f(0) = 10$ nên loại B, C kiểm tra đạo hàm nữa là xong khoanh A

Câu 32: Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C$

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + x + C$

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = 2x^2 - 2x + C$

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$

Hướng dẫn

Các em dùng nguyên hàm từng phần

$$\int f(x)e^{2x} dx = x^2 + C \rightarrow f(x) = \frac{2x}{e^{2x}} \Rightarrow \int f'(x)e^{2x} dx = f(x)e^{2x} - 2 \int f(x)e^{2x} dx = 2x - 2x^2 + C$$

Câu 33: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m < -1$

B. $3 < m \leq 4$

C. $m > 4$

D. $1 \leq m < 3$

Hướng dẫn

Chúng ta sẽ chọn m gần đúng trong từng đoạn trước hết phải xét đáp án B, D khi đó min nó chỉ xấp xỉ thôi

	X	F(X)
20	3.9	2.5517
21	4	2.5
22		

Math

2.5

$$\begin{array}{r|l} 20 & \\ 21 & \\ 22 & \end{array} \quad \begin{array}{l} X \\ 3.9 \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{c} \textcircled{2} \\ F(X) \\ 2.7241 \\ 2.7241 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Math} \\ 8.3 \end{array}$$

Math

20 | % 3.9 | F(X) |
21 | 4 | 3.0889 |
22 | | |

3

Ta có $y' = \frac{-1-m^2}{(x-1)^2} = -\frac{m^2+1}{(x-1)^2} < 0$ do đó $x \in [2;4] \rightarrow \min_{f(x)} = 3 \Leftrightarrow x=4 \rightarrow \frac{4+m}{4-1} = 3 \Rightarrow m=5$

D. 11 năm.

5 0 (1 + 0 . 0 6) xⁿ ALPHA)

$$50(1+0.06)^x$$

94.91492792

50(1+0.06)^x
100.6098236

D. $S = -\frac{7}{3}$

MODE 2 ALPHA) ALPHA CALC ALPHA) - ALPHA) + 1 + 3 ENG - SHIFT hyp ALPHA) ENG

$$X = X - \frac{X+1+3i-|X|i}{1}$$

CALC 1 + ENG

Liên hoàn bằng tới khi kết quả không đổi ta được

$$X = X - \frac{X+1+3i-|X|i}{1}$$

$$-1-1.333333333i$$

$$\text{Vậy } a = -1, b = -\frac{4}{3} \Rightarrow S = -5$$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}$ và

$d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ mặt phẳng (P): $2x + 2y - 3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương

trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2 ?

A. $2x - y + 2z + 22 = 0$

B. $2x - y + 2z + 13 = 0$

C. $2x - y + 2z - 13 = 0$

D. $2x + y + 2z - 22 = 0$

Hướng dẫn

Các em tìm nhanh giao điểm bằng Solve

2 () 1 + 3 ALPHA () () + 2 () - 2 + ALPHA () () - 3 X 2 SHIFT CALC =

$$2(1+3X)+2(-2+X)$$

$$X = \frac{1}{0}$$

$$M(4, -1, 2) \rightarrow (Q): 2(x-4) - (y+1) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 13 = 0$$

Câu 38: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với là m tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7

B. 4

C. 6

D. 5

Hướng dẫn

Dạng này các em dùng công thức cho nhanh

Hàm bậc 3 đồng biến trên R: $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ nghịch biến trên R: $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow m^2 - 3(-1)(4m+9) \leq 0 \rightarrow -9 \leq x \leq -3 \text{ Vậy khoanh A}$$

Câu 39: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$

A. $m = -4$

B. $m = 4$

C. $m = 81$

D. $m = 44$

- A. $P(1;0)$ B. $M(0;-1)$ C. $N(1;-10)$ D. $Q(-1;10)$

Hướng dẫn

Các em viết nhanh phương trình qua 2 cực trị bằng Casio :

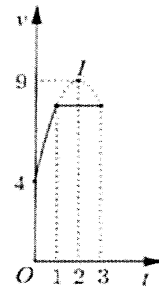
$$x^3 - 3x^2 - 9x + 1 - \frac{(3x)^2}{18} = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 - 9x + 1 - \frac{3x^2}{6} = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 - 9x + 1 - \frac{1}{2}x^2 = 0$$

$$x^3 - 3x^2 - 9x + 1 - \frac{(3x)^2}{18} = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 - 9x + 1 - \frac{3x^2}{6} = 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 - 9x + 1 - \frac{1}{2}x^2 = 0$$

Vậy phương trình qua 2 cực trị là : $y = -8x - 2$ Vậy khoanh C

Câu 41: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $s = 23,25(km)$ B. $s = 21,58(km)$ C. $s = 15,50(km)$ D. $s = 13,83(km)$



Hướng dẫn

Trước hết các em cần các định được phương trình của vận tốc trên từng đoạn.

Đoạn từ 0-1 chính là 1 phần của parabol : $y = ax^2 + bx + c$

$$\text{ta có } A(0;4) \in (P) \Rightarrow c = 4 \text{ và } I(2;9) \text{ là đỉnh} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 9 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-5}{4}, b = 5, c = 4$$

$$\text{Vậy } v = \frac{-5}{4}t^2 + 5t + 4 \rightarrow v(1) = \frac{31}{4} \quad S = \int_0^1 \left(\frac{-5}{4}t^2 + 5t + 4 \right) dt + \frac{31}{4}(3-1)$$

$$\int_0^1 \left(\frac{-5}{4}x^2 + 5x + 4 \right) dx = 21.58(3)$$

Câu 42: Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$

- A. $P = \frac{7}{12}$ B. $P = \frac{1}{12}$ C. $P = 12$ D. $P = \frac{12}{7}$

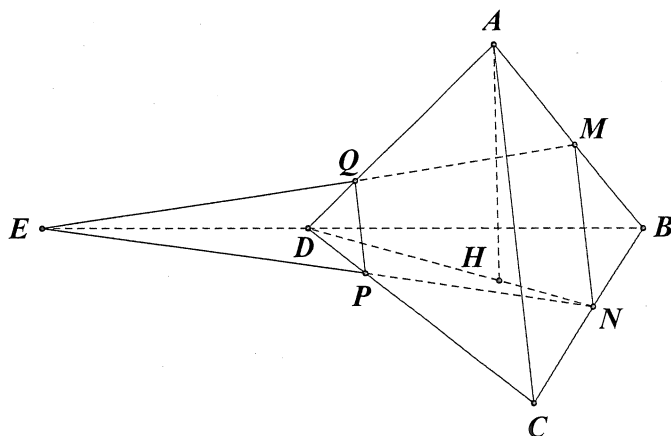
Hướng dẫn : Để cho nhanh em lấy $x = 2$ khi đó $a = \sqrt[3]{2}, b = \sqrt[4]{2}$

$$109_{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{2}}^{(2)} \quad \text{Math} \quad \frac{12}{7}$$

Câu 44: Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện ABCD thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V = \frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$ B. $V = \frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$ C. $V = \frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$ D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{18}$

Hướng dẫn : Cho $a=1$



Các em tư duy đơn giản như sau : $V = V_{AC.MNPQ} = V_{ABCD} - V_{DQP.BMN} = V_{ABCD} - (V_{E.BMN} - V_{E.DQP})$

$$V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}$$

Ta có : $V_{E.DQP} = \frac{1}{3} d_{E \rightarrow (DQP)} \cdot S_{DQP}$ mà $d_{E \rightarrow (DQP)} = d_{B \rightarrow (DQP)} = d_{B \rightarrow (ADC)} = AH = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Các em dễ dàng chứng minh được DQP và BMN là tam giác đều quan trọng là tính diện tích nữa là xong mình sẽ xem xét các tỉ lệ.

$$EM = \sqrt{MB^2 + EB^2 - 2MB \cdot EB \cdot \cos 60^\circ} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{MB}{\sin QED} = \frac{EM}{\sin MBE} \rightarrow \sin QED = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,5 : \frac{\sqrt{13}}{2} \rightarrow QED \approx 13.9^\circ \rightarrow EQD = 180 - 120 - 13.9 = 46.1^\circ$$

Anh ghi thì ghi thế thôi nhưng thực tế anh lưu giá trị chính xác vào các phím nhớ để đảm bảo kết quả chính xác tuyệt đối

$$\frac{DQ}{\sin QED} = \frac{ED}{\sin EQD} \Rightarrow DQ = \frac{ED}{\sin EQD} \cdot \sin QED = \frac{1}{3}$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \div \frac{\sqrt{13}}{2}\right) \rightarrow A \quad \frac{1 \times \sin(A)}{\sin(180-120-A)} \quad \frac{1}{3}$$

13.89788625

$$\text{Từ đó được: } S_{DQP} = \frac{DQ^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{36} \rightarrow V_{E.DQP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{36} = \frac{\sqrt{18}}{324}$$

$$V_{E.BMN} = \frac{1}{3} d_{E \rightarrow (BMN)} \cdot S_{BMN} = \frac{2}{3} d_{D \rightarrow (BMN)} \cdot S_{BMN} = \frac{2}{3} AH \cdot S_{BMN} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{0.5^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{24}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{12} - \left(\frac{\sqrt{2}}{24} - \frac{\sqrt{18}}{324} \right) \quad \frac{11\sqrt{2}}{216}$$

$$0.07202013512 \quad 0.07202013512$$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$, tính $T = a - b$

A. $T = -2$

B. $T = 1$

C. $T = -1$

D. $T = 0$

Hướng dẫn

Các em để ý một chút thì $M \in (Q)$

Mặt cầu có tâm O, bán kính $R=3$

Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) từ đó

ta tìm được tọa độ $H\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

$\overrightarrow{HM} = \left(\frac{-1}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right)$, $d_{O \rightarrow (P)} < R$ nên (P) cắt (S)

Ta có: $HB^2 = KB^2 + HK^2 \Leftrightarrow r^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + d_{H \rightarrow (\Delta)}^2$ do đó AB nhỏ nhất khi $d_{H \rightarrow (\Delta)}$ lớn nhất khi

đó K trùng M hay nói cách khác $HM \perp AB \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\overrightarrow{HM}, \vec{n}_Q]$

Ans: -1

- 1

Vậy $\vec{u} = (1; -1; 0) \rightarrow a - b = -1$

Câu 46: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

- A. 0 B. Vô số C. 1 D. 2

Hướng dẫn

Mình làm theo cách trâu bò gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$|z - 3i| = 5 \Leftrightarrow a^2 + (b - 3)^2 = 25$$

$$\frac{z}{z-4} = \frac{a+bi}{(a-4)+bi} = \frac{(a+bi)[(a-4)-bi]}{(a-4)^2+b^2} = \frac{a(a-4)+b^2}{(a-4)^2+b^2} + \frac{(a-4)b-ab}{(a-4)^2+b^2}i$$

$$\Rightarrow a(a-4)+b^2 = 0$$

$$\begin{cases} a^2 + (b-3)^2 = 25 \\ a^2 - 4a + b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-3)^2 = 25 \\ 4a - 6b = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (b-3)^2 = 25 \\ b = \frac{2a-8}{3} \end{cases} \Rightarrow a = 4, a = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{l} X^2 + \left(\frac{2a-8}{3} - 3\right)^2 - 25 \\ X = 4 \quad X = 1.230769231 \\ L-R = 0 \quad L-R = 0 \end{array}$$

Vậy khoanh D.

Câu 47: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của $P = x + y$

- A. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}-19}{9}$ B. $P_{\min} = \frac{9\sqrt{11}+19}{9}$ C. $P_{\min} = \frac{18\sqrt{11}-29}{21}$ D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3}$

Hướng dẫn : Điều kiện $\frac{1-xy}{x+2y}$ mà $x, y > 0 \rightarrow xy < 1$

Đầu tiên các em xử lý điều kiện xem x và y có mối liên hệ nào không ?

Bước 1: Nhập biểu thức

$$\log_3 \left(\frac{1-XY}{X+2Y} \right) - (3XY + X + 2Y - 4)$$

Bước 2: SOLVE Y=100 tìm X

$$\text{SHIFT} \text{ CALC } 1 \text{ 0 0 } \text{=}$$

$$\log_3\left(\frac{1}{x+2y}\right) - (3x) \times$$

$$X = -0.654485049$$

$$L-R = 0$$

$$-\frac{197}{301}$$

Các em được quy luật sau : $x = -\frac{197}{301} = -\frac{2.100-3}{3.100+1} = -\frac{2y-3}{3y+1}$

Bước 3: Xét $P = y - \frac{2y-3}{3y+1}$ vào Table

$$\text{MODE } 7 \text{ ALPHA } \text{) } - \text{ 2 } \text{ ALPHA } \text{) } - \text{ 3 } \text{) } \text{ ALPHA } \text{) } + \text{ 1}$$

$$f(X) = X - \frac{2X-3}{3X+1}$$

$$\text{0 } \text{ 6 } \text{ 0 } \text{ . } \text{ 2 } \text{ 5}$$

X	F(X)
0.5	1.25
0.75	1.211538462
1	1.25

Chúng ta sẽ xét nhỏ hơn hơn vì đáp án khá gần nhau khi mà đã xác định được đoạn chứa min

$$\text{0 } \text{ 5 } \text{ 1 } \text{ 0 } \text{ 0 } \text{ 5}$$

X	F(X)
0.7	1.2161
0.75	1.211538462
0.8	1.2117

Vậy các em khoanh đáp án $P_{\min} = \frac{2\sqrt{11}-3}{3} \approx 1.211$ gần nhất

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx - m + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$

- A. $m \in (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$ B. $m \in \mathbb{R}$ C. $m \in \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$ D. $m \in (-2; +\infty)$

Hướng dẫn

$$x^3 - 3x^2 + x + 2 = mx - m + 1 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 1 - m) = 0 \Rightarrow B(1; 1)$$

$$\Delta' = 2 + m > 0 \rightarrow m > -2$$

$$AB = BC \Leftrightarrow (x_1 - 1)^2 + (mx_1 - m)^2 = (x_2 - 1)^2 + (mx_2 - m)^2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - 1)^2 [1 + m^2] = (x_2 - 1)^2 [1 + m^2] \Leftrightarrow (x_1 - 1)^2 = (x_2 - 1)^2 \Leftrightarrow x_1 - 1 = 1 - x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2$$

Theo Viet : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -(m+1) \end{cases}$ Vậy $AB=BC$ với mọi $m > -2$

Casio các em xét phương trình bậc 3:

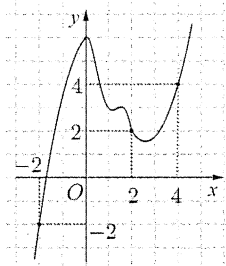
$$y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + 1 + m$$

Rồi xét $m = -10$ ra 3 nghiệm kiểm tra xem $AB=BC$? rồi xét tiếp $m = -1.9$ xem $AB=BC$ hay không.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

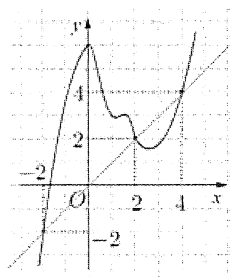
- A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.
- B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.
- C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.
- D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.



Hướng dẫn

Các em đạo hàm để sinh ra $f'(x)$ để từ đó sử dụng đồ thị $y = f'(x)$

$$h'(x) = 2f'(x) - 2x \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x \text{ dựa vào đồ thị ta có :}$$



Xét trên đoạn $[2; 4]$: $x > f'(x) \rightarrow h'(x) < 0 \rightarrow$ hàm số nghịch biến nên $h(2) > h(4)$. Giờ ta cần so $h(-2)$ với $h(4)$

$$\begin{aligned} h(4) - h(-2) &= \int_{-2}^4 h'(x) dx = 2 \int_{-2}^4 [f'(x) - x] dx \\ &= 2 \left(\int_{-2}^1 [f'(x) - x] dx + \int_1^4 [f'(x) - x] dx \right) = 2(S_1 - S_2) \end{aligned}$$

Với S_1, S_2 lần lượt là diện tích các phần giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$ và $y = x$ tương ứng trên các đoạn.

Hướng dẫn mã 102

Câu 37. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12}(x + 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{4}$. B. $M = 1$. C. $M = \frac{1}{2}$. D. $M = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Các em rút y theo x : $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$

$M = \frac{1 + \log_{12} 3y + \log_{12} y}{2 \log_{12}(6y)}$ bấm máy với $y=10$ (hoặc bất kì $y>1$) được $M=1$

Câu 46. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất

P_{\min} của $P = a + 2b$.

- A. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{10}-7}{2}$.
C. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-1}{2}$. D. $P_{\min} = \frac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Hướng dẫn: Các em làm tương tự bài ở mã 101

Tự luận thì các em biến đổi như sau :

$$\begin{aligned} \log_2 \frac{1-ab}{a+b} &= 2ab + a + b - 3 \Leftrightarrow \frac{1-ab}{a+b} = 2^{2ab+a+b-3} \\ \Leftrightarrow \frac{1-ab}{a+b} &= \frac{2^{a+b}}{2^{2(1-ab)} \cdot 2} \Leftrightarrow \frac{2(1-ab)}{a+b} = \frac{2^{a+b}}{2^{2(1-ab)}} \Leftrightarrow 2(1-ab) \cdot 2^{2(1-ab)} = (a+b) \cdot 2^{a+b} \end{aligned}$$

Xét hàm $f(t) = t \cdot 2^{2t}, t > 0$ $f(t) = 2^{2t} + 2t \cdot 2^{2t} \ln 2 > 0$ nên hàm đồng biến do đó

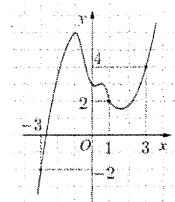
$$f(2(1-ab)) = f(a+b) \rightarrow 2(1-ab) = a+b \Leftrightarrow \dots$$

Sau đó các em thế vào P còn 1 ẩn rồi dùng Table cho nhanh.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $g(-3) > g(3) > g(1)$.
B. $g(1) > g(-3) > g(3)$.
C. $g(3) > g(-3) > g(1)$.
D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



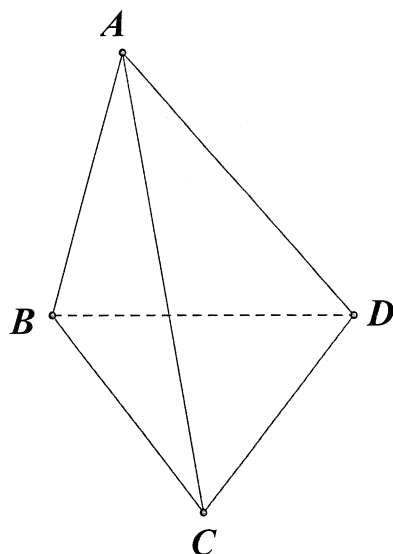
Hướng dẫn: Tương tự như mã 101

Câu 49. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $x = \sqrt{6}$. B. $x = \sqrt{14}$. C. $x = 3\sqrt{2}$. D. $x = 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn

Các em trâu bò áp dụng công thức tính nhanh V của tứ diện như sau:



$$V = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{x}{4\sqrt{3}}$$

$$\cos \beta = \frac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC \cdot AD} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \beta = \frac{AD^2 + AB^2 - BD^2}{2AD \cdot AB} = \frac{x}{4\sqrt{3}}$$

$$V = 2x \sqrt{\frac{3}{4} - \left(\frac{x}{4\sqrt{3}}\right)^2}$$

CALC từng đáp án là xong

Đáp án A

$$2x \sqrt{0.75 - \left(\frac{x}{4\sqrt{3}}\right)^2} = 3.872983346$$

Đáp án B

$$2x \sqrt{0.75 - \left(\frac{x}{4\sqrt{3}}\right)^2} = 5.066228051$$

Đáp án C

$$2x \sqrt{0.75 - \left(\frac{x}{4\sqrt{3}}\right)^2} = 5.196152423$$

Đáp án D:

$$2x \sqrt{0.75 - \left(\frac{x}{4\sqrt{3}}\right)^2} = 4.898979486$$

Vậy khoanh đáp án C.

Hướng dẫn mã 103

Câu 44. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) , tính $\cos \alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

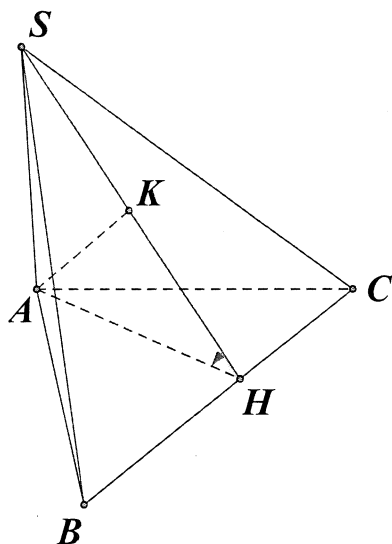
A. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\cos \alpha = \frac{2}{3}$

Hướng dẫn



$$\text{Kẻ } \begin{cases} AH \perp BC \\ AK \perp SH \end{cases} \Rightarrow AK = d_{A \rightarrow (SBC)}; \alpha = \widehat{SHA}$$

Ta có :

$$AH = \frac{AK}{\sin \alpha} \quad AH = \frac{1}{2} BC = \frac{AB}{\sqrt{2}} \Rightarrow AB = \frac{AK \sqrt{2}}{\sin \alpha}$$

$$\begin{aligned} V_{S.ABC} &= \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot (AH \cdot \tan \alpha) \cdot \frac{AB^2}{2} \\ &= \frac{1}{6} \cdot \frac{3 \tan \alpha}{\sin \alpha} \cdot \left(\frac{3\sqrt{2}}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{9}{1 - \cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

CALC từng đáp án cho nhanh nhé các em : Khoanh B

Đáp án A

$$\frac{9}{x(1-x^2)}$$

Math ▲

30.375

Đáp án B

$$\frac{9}{x(1-x^2)}$$

Math ▲

23.3826859

Đáp án C

$$\frac{9}{x(1-x^2)}$$

Math ▲

25.45584412

Đáp án D

$$\frac{9}{x(1-x^2)}$$

Math ▲

24.3

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m > 0$

B. $m < 1$

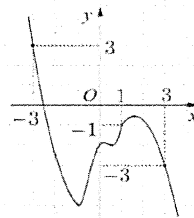
C. $0 < m < \sqrt[3]{4}$

D. $0 < m < 1$

Hướng dẫn: Các em có thể làm tự luận hoặc thay các giá trị m đặc trưng cho đáp án rồi giải ra A,B,C xong tính diện tích xem có nhỏ hơn 1 hay không

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f^2(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $g(3) < g(-3) < g(1)$
 B. $g(1) < g(3) < g(-3)$
 C. $g(1) < g(-3) < g(3)$
 D. $g(-3) < g(3) < g(1)$

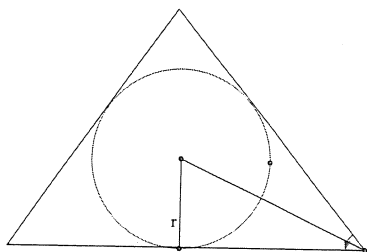


Hướng dẫn: Làm tương tự như mã 101

Câu 47. Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy góc 60° . Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) .

- A. $V = 9\sqrt{3}\pi$ B. $V = 9\pi$ C. $V = 3\sqrt{3}\pi$ D. $V = 3\pi$

Hướng dẫn



Các em dễ dàng chứng minh được đó là tam giác đều

$$\text{Ta có : } r = \frac{a}{2} \tan 30^\circ \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{3})^2 \cdot \frac{(2\sqrt{3})\sqrt{3}}{2} = 3\pi$$

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo ?

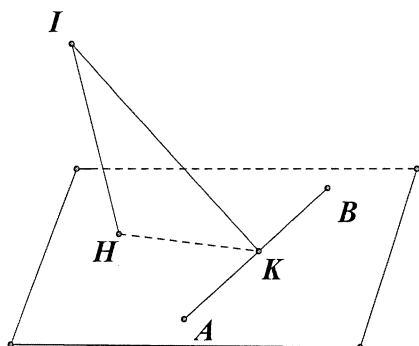
- A. Vô số B. 2 C. 0 D. 1

Hướng dẫn: Làm tương tự như mã 101

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a+b+c$.

- A. $T = 3$ B. $T = 5$ C. $T = 2$ D. $T = 4$

Hướng dẫn



$$r = \sqrt{R^2 - d^2} \quad d_{I \rightarrow (P)} = AH \leq AK = d_{I \rightarrow (AB)}$$

Vậy r nhỏ nhất khi AH=AK hay K là hình chiếu của I lên (P)

$$\text{Phương trình } AB \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 3t \\ z = 6t \end{cases} \text{ tâm } I(1; 2; 3)$$

Các em tính khoảng cách từ I tới AB theo công thức : $d = \frac{|\overrightarrow{BI}, \vec{u}|}{|\vec{u}|}$

MODE 8 1 1 1 = 1 = 3 =

SHIFT 5 2 2 1 3 = - 3 = 6 =

h [| | F]

B [3 -3 F]

AC SHIFT hyp SHIFT 5 3 SHIFT 5 4) = SHIFT hyp SHIFT 5 4) =

Abs(VctAVctB) Ans²

2.236067977

5

$$IK^2 = 5 \Leftrightarrow (3t-1)^2 + (-3t-1)^2 + (6t-3)^2 = 5$$

Về mode 1 dùng Solve

(3X-1)²+(-3X-1)²
X= 0.3333333333
L-R= 0

Vậy $\overrightarrow{IK} = (0; -2; -1)$ là vecto pháp tuyến của (P) do đó nó cùng phương với $n_T = (a; b; c)$

Mà $B \in (P) \rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 0, c = 1 \Rightarrow T = 3$

Câu 50. Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$ Với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

A. 0.

B. 1.

C. Vô số.

D. 2.

Hướng dẫn

Dùng table dễ dàng suy ra : $\begin{cases} e^x \geq ex \\ e^x = ex \Leftrightarrow x=1 \end{cases} \Rightarrow e^{x+y} \geq e(x+y)$

Kết hợp với yêu cầu đề suy ra : $x+y=1$

$$f(x)+f(y)=1 \Leftrightarrow f(x)+f(1-x)=1 \Leftrightarrow f(x)=\frac{9^x}{9^x+m^2}+\frac{9^{1-x}}{9^{1-x}+m^2}=1$$

Các em thay $x=1$ vào giải cho nhanh hoặc rút gọn đi

$$\frac{9^x}{9^x+m^2}+\frac{9^{1-x}}{9^{1-x}+m^2}=1 \Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x+m^2}+\frac{9}{9+m^2 \cdot 9^x}=1 \Leftrightarrow \frac{9^x}{9^x+m^2}=\frac{m^2 \cdot 9^x}{9+m^2 \cdot 9^x}$$

$$\Leftrightarrow m^2(9^x+m^2)=9+m^2 \cdot 9^x \Leftrightarrow m^4=9 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$$

Hướng dẫn mã 104

Câu 46. Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất S_{\min} của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 30$

B. $S_{\min} = 25$

C. $S_{\min} = 33$

D. $S_{\min} = 17$

Hướng dẫn

Điều kiện để 2 phương trình có nghiệm phân biệt : $b^2 - 20a > 0 \rightarrow b > \sqrt{20a}$

$$x_1 x_2 = e^{\ln x_1 + \ln x_2} = e^{\frac{-b}{a}} \quad x_3 x_4 = 10^{\log x_3 + \log x_4} = 10^{\frac{-b}{5}}$$

$$x_1 x_2 > x_3 x_4 \Leftrightarrow e^{\frac{-b}{a}} > 10^{\frac{-b}{5}} \Leftrightarrow \frac{-b}{a} > \frac{-b}{5} \ln 10 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{\ln 10}{5} \rightarrow a > \frac{5}{\ln 10} \approx 2.17 \rightarrow a_{\min} = 3 \rightarrow b_{\min} = 8$$

chú ý là a, b nguyên dương và S_{\min} nên ta tìm a_{\min}, b_{\min}

$$S_{\min} = 2a + 3b = 30$$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác 0 sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

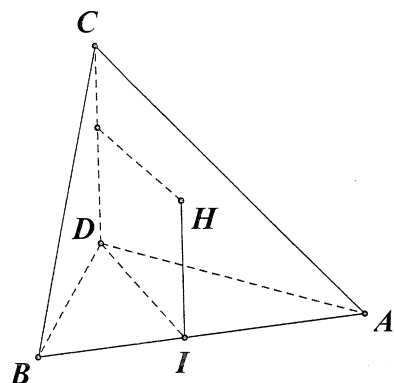
A. $S = -4$

B. $S = -1$

C. $S = -2$

D. $S = -3$

Hướng dẫn



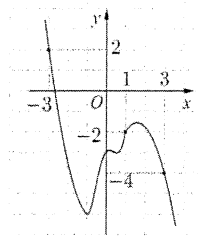
Các em để ý một chút thì A,B,C nằm trên Ox, Oy, Oz nên D thỏa mãn thì chính là gốc tọa độ luôn không cần giải hệ.

Tam giác DBA vuông cân nên I là trung điểm AB do đó $I(-1, -1, 0)$

$$\overline{IH} = \frac{1}{2}\overline{DC} \Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b+1=0 \\ c-0=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow S=-1$$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $g(1) < g(3) < g(-3)$
- B. $g(1) < g(-3) < g(3)$
- C. $g(3) = g(-3) < g(1)$
- D. $g(3) = g(-3) > g(1)$

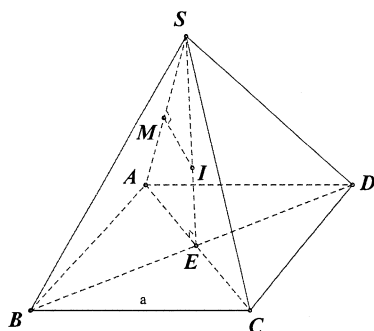


Hướng dẫn: Tương tự như mã 101

Câu 49. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A. $V = 144$
- B. $V = 576$
- C. $V = 576\sqrt{2}$
- D. $V = 144\sqrt{6}$

Hướng dẫn



E là tâm của đáy, SE là đường cao của chóp
Từ M kẻ đường vuông góc SA cắt SE tại I thì I là tâm của mặt cầu

$$V = \frac{1}{3}SE.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SE.a^2 \quad \Delta MSI \sim \Delta ESA \rightarrow \frac{MS}{ES} = \frac{SI}{SA}$$

$$\Rightarrow SE = \frac{\frac{1}{2}SA^2}{SI} = \frac{SE^2 + AE^2}{2R} = \frac{SE^2 + \frac{a^2}{2}}{2R}$$

$$SE = \frac{SE^2 + a^2}{2R} \Leftrightarrow SE^2 - 2R \cdot SE + \frac{a^2}{2} = 0 \quad \Delta' = R^2 - \frac{a^2}{2} \rightarrow SE = R \pm \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}}$$

*TH 1:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left(R - \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}} \right) \cdot a^2 = \frac{1}{3} \left(9 - \sqrt{9^2 - \frac{a^2}{2}} \right) a^2$$

Calculator screen capture showing the calculation of V for TH 1. The screen displays the expression $\frac{1}{3} \cdot (9 - \sqrt{9^2 - \frac{a^2}{2}}) \cdot a^2$ and the result 288.

*TH2:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \left(R + \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{2}} \right) \cdot a^2 = \frac{1}{3} \left(9 + \sqrt{9^2 - \frac{a^2}{2}} \right) a^2$$

Calculator screen capture showing the calculation of V for TH2. The screen displays the expression $\frac{1}{3} \cdot (9 + \sqrt{9^2 - \frac{a^2}{2}}) \cdot a^2$ and the result 576.

Các em dùng Table cho nhanh nhé, đầu tiên là **Start 0= End 20= Step 1=** sau khi xác định được khoảng chứa giá trị lớn nhất thì mình xét hẹp hơn **Start 11= End 13= Step 0.1=**

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S.

A. 2

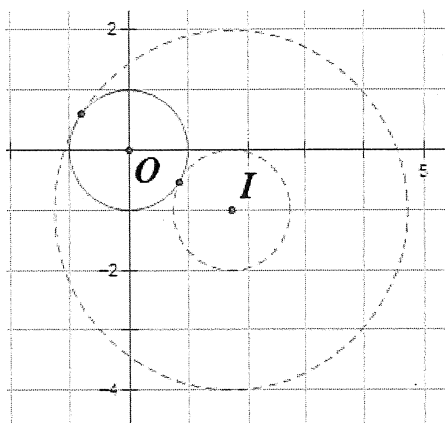
B. 4

C. 1

D. 3.

Hướng dẫn :

$$z = a + bi \quad (a, b \in \mathbb{R}) \quad z\bar{z} = 1 \Leftrightarrow |z| = 1 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 1 \quad |z - \sqrt{3} + i| = m \Leftrightarrow (a - \sqrt{3})^2 + (b + 1)^2 = m^2$$



Ở đây các em thấy z là giao điểm của đường tròn tâm $O(0;0), R = 1$ với đường tròn tâm

$I(\sqrt{3}; -1), R = m$ để tồn tại 1 số phức duy nhất thì

2 đường tròn này phải tiếp xúc với nhau mà chỉ có 2 khả năng là tiếp xúc trong hoặc ngoài

Vậy khoảng A .

Câu này dùng hình học vẽ như vậy cho nhanh không cần tính cụ thể mất thời gian

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI THỬ NGHIỆM

(Đề thi gồm 06 trang)

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA 2017
Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh.....

Số báo danh.....

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 2. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = (-2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; -2)$.

Câu 4. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .

- A. $a = 3; b = 2$. B. $a = 3; b = 2\sqrt{2}$. C. $a = 3; b = \sqrt{2}$. D. $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

Câu 5. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

- A. $|z| = 25\sqrt{2}$. B. $|z| = 7\sqrt{2}$. C. $|z| = 5\sqrt{2}$. D. $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $y_{\text{CD}} = 5$. B. $y_{\text{CT}} = 0$.
C. $\min y = 4$. D. $\max y = 5$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		5		$-\infty$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

- A. $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$. B. $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$. C. $I(1; -2; 4), R = 20$. D. $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình

chính tắc của đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$. C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

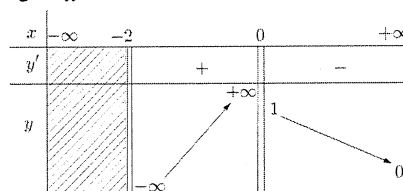
A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (7 - 4\sqrt{3})^{2016}$.

A. $P = 1.$ B. $P = 7 - 4\sqrt{3}.$ C. $P = 7 + 4\sqrt{3}.$ D. $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2016}.$

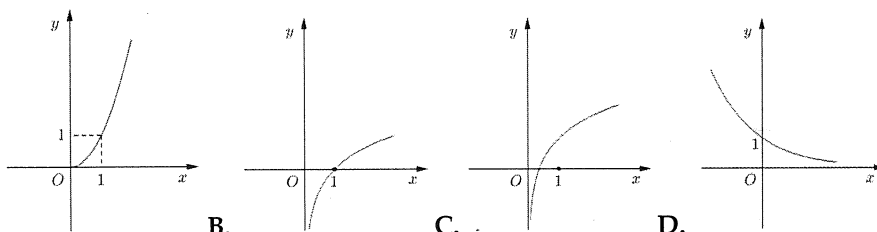
Câu 13. Cho a là số thực dương, a khác 1 và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 3.$ B. $P = 1.$ C. $P = 9.$ D. $P = \frac{1}{3}.$

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 3x^3 + 3x - 2.$ B. $y = 2x^3 - 5x + 1.$ C. $y = x^4 + 3x^2.$ D. $y = \frac{x+2}{x+1}.$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$?



A. B. C. D.

Câu 16. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$ B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$ C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$ D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$ và $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2; 0; 0)$ hoặc $D(-4; 0; 0).$ B. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(-6; 0; 0).$
C. $D(6; 0; 0)$ hoặc $D(12; 0; 0).$ D. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(6; 0; 0).$

Câu 18. Ký hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.

A. $P = 1.$ B. $P = 2.$ C. $P = -1.$ D. $P = 0.$

Câu 19. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $\min_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

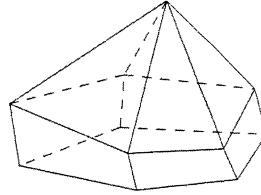
B. $\min_{(0;+\infty)} y = 7$.

C. $\min_{(0;+\infty)} y = \frac{33}{5}$.

D. $\min_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

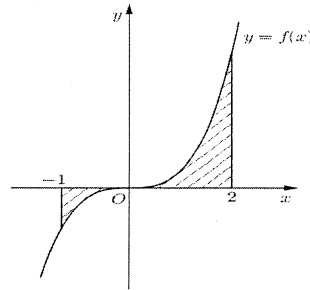
Câu 20. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

- A. 6. B. 10. C. 12. D. 11.



Câu 21. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x)dx, b = \int_0^2 f(x)dx$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $S = b - a$. B. $S = b + a$.
C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.

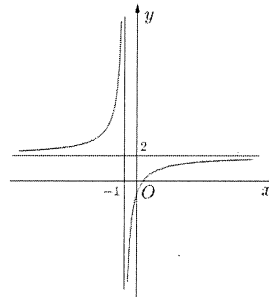


Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

- A. $S = \{-3; 3\}$. B. $S = \{4\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Câu 23. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào ?

- A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.
C. $y = \frac{2x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

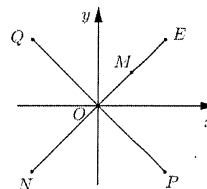


Câu 24. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u}du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u}du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u}du$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u}du$.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$.

- A. Điểm N . B. Điểm Q . C. Điểm E . D. Điểm P .



Câu 26. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

- A. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}$. B. $l = 2\sqrt{2}a$. C. $l = \frac{3a}{2}$. D. $l = 3a$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

- A. $S = 2$. B. $S = -2$. C. $S = 0$. D. $S = 1$.

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

- A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. B. $V = \pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

- A. $x + y - 3z - 8 = 0$. B. $x - y - 3z + 3 = 0$. C. $x + y + 3z - 9 = 0$. D. $x + y - 3z + 3 = 0$.

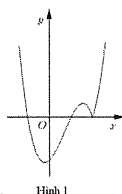
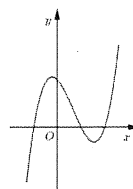
Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

- A. $d = \frac{1}{3}$. B. $d = \frac{5}{3}$. C. $d = \frac{2}{3}$. D. $d = 2$.

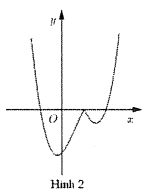
Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại.

- A. $1 \leq m \leq 3$. B. $m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $1 < m \leq 3$.

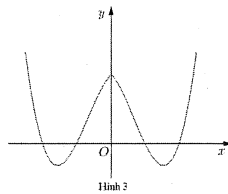
Câu 32. Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



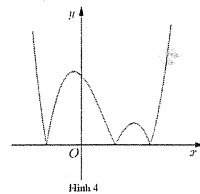
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 33. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}, \log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$. B. $P = -1 + \sqrt{3}$. C. $P = -1 - \sqrt{3}$. D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$.

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (1 \leq x \leq 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \frac{124\pi}{3}$. C. $V = \frac{124}{3}$. D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

Câu 35. Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B. $V = \sqrt{3}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính

$I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $I = 12$. D. $I = -8$.

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z-i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 0.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. B. $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$. C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$. D. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 41. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

A. $OA' = 3\sqrt{26}$. B. $OA' = 5\sqrt{3}$. C. $OA' = \sqrt{46}$. D. $OA' = \sqrt{186}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \frac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = 0$. C. $I = -2$. D. $I = 6$.

Câu 45. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- A. 2017. B. 4014. C. 2018. D. 4015.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 0. B. 6. C. -6. D. 3.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho vectơ \overrightarrow{MN} cùng phương với vectơ $\vec{u}(1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

- A. $MN = 3$. B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$. C. $MN = 3\sqrt{2}$. D. $MN = 14$.

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. C. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$. D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Câu 49. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

- A. $h = \sqrt{3}R$. B. $h = \sqrt{2}R$. C. $h = \frac{4R}{3}$. D. $h = \frac{3R}{2}$.

Câu 50. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

- A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

----- HẾT -----

Full tuyệt kỹ Casio Hạ Gục Đề Minh Họa Lần 3

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm giao điểm của (C) và trục hoành.

- A.2 B.3 C. 1 D.0

Hướng dẫn:

Các em vào giải phương trình bậc 3 trong máy tính

MODE 5 4 1 = 0 = = 3 = 0 = =

X1= Math▼ X2= Math▼▲ X3= Math ▲

$\sqrt{3}$ $-\sqrt{3}$ 0

Vậy khoanh đáp án B.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log x$

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = \frac{\ln 10}{x}$. C. $y' = \frac{1}{x \ln 10}$. D. $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

Hướng dẫn

Các em xét hiệu đạo hàm tại X với các đáp án

SHIFT f5 log ALPHA)) > ALPHA) > = = 1 > ALPHA)

$\Delta(\log(X))|_{x=X} - \frac{1}{X}$

CALC 1 0 =

$\frac{d}{dx}(\log(X))|_{x=X} \rightarrow$

-0.05657055181

Nó không bằng 0 mình sang đáp án khác, không cần bấm CALC nữa nhé, bấm = luôn

$$\left. \frac{d}{dx}(\log(X)) \right|_{x=X} = \frac{1}{X \ln(10)} \quad \left. \frac{d}{dx}(\log(X)) \right|_{x=X} = \frac{1}{X \ln(10)} \quad \left. \frac{d}{dx}(\log(X)) \right|_{x=X} = \frac{1}{X \ln(10)}$$

$$-1.532 \times 10^{-13} \quad 0^{\circ}0'0''$$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = (-1; +\infty)$.

C. $S = (-2; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -2)$.

Hướng dẫn

Các em nhập biểu thức rồi CALC từng đáp án

$$5^{X+1} - \frac{1}{5}$$

Xét các giá trị đặc trưng từng đáp án

$X = -10$ (Đáp án D)

$X = 10$ (Đáp án A, B, C)

$X = -1.9$ (Đáp án D)

$$\text{CALC} \quad - \quad 1 \quad 0 \quad =$$

$$\text{CALC} \quad 1 \quad 0 \quad =$$

$$\text{CALC} \quad - \quad 1 \quad . \quad 9 \quad =$$

$$5^{X+1} - \frac{1}{5} \quad 5^{X+1} - \frac{1}{5} \quad 5^{X+1} - \frac{1}{5}$$

$$-0.199999488 \quad 48828124.8 \quad 0.03492378862$$

Câu 4. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tìm a, b .

A. $a = 3; b = 2$.

B. $a = 3; b = 2\sqrt{2}$.

C. $a = 3; b = \sqrt{2}$.

D. $a = 3; b = -2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn: D

Câu 5. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.

A. $|z| = 25\sqrt{2}$.

B. $|z| = 7\sqrt{2}$.

C. $|z| = 5\sqrt{2}$.

D. $|z| = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn

$$|z| = |\bar{z}| \text{ nên các em bấm thẳng luôn}$$

MODE 2 SHIFT hyp (4 - 3 ENG) (1 + ENG) =

| (4-3i)(1+i) |

$5\sqrt{2}$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn

Hàm số không xác định tại $x = -1$ loại C.

$\frac{d}{dx} \left(\frac{x-2}{x+1} \right) \Big|_{x=-1}$

0.03703703704

Vậy khoanh B

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $y_{CD} = 5$. B. $y_{CT} = 0$.
C. $\min y = 4$. D. $\max y = 5$.

Hướng dẫn: khoanh A

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		5		$-\infty$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

- A. $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$. B. $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$. C. $I(1; -2; 4), R = 20$. D. $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn: Khoanh D

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương

trình chính tắc của đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$. C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

Hướng dẫn: Khoanh D

Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

Hướng dẫn

Xét hiệu đạo hàm các đáp án với biểu thức cần tính


SHIFT [F] ALPHA) SHIFT x² ▾ 3 ▸ - [F] 2 ▾ ALPHA) ▸ ▸ ALPHA) ▸ ▸ - (ALPHA)
) x² + [F] 2 ▾ ALPHA) x² ▸)

□ Math ▲

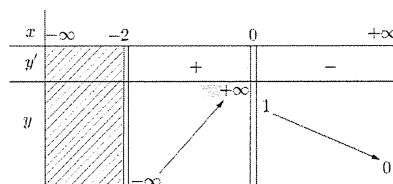
$\left(\frac{2}{x}\right) \Big|_{x=x} = x - \left(x^2 + \frac{x}{x^2}\right)$

CALC **1** **0** **=**

$\frac{d}{dx} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} \right) \Big|_{x=1} = 1 - \left(\frac{2}{1^2} \right) = -1$

Bằng 0 hay xấp xỉ là đáp án đúng ấn  để kiểm tra.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Hướng dẫn

Tiệm cận đứng $x = -2, x = 0$ Tiệm cận ngang $y = 0$

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P = (7 + 4\sqrt{3})^{2017} (7 - 4\sqrt{3})^{2016}$.

A. $P=1$. B. $P=7-4\sqrt{3}$. C. $P=7+4\sqrt{3}$. D. $P=(7+4\sqrt{3})^{2016}$.

Hướng dẫn

Các em bấm trực tiếp y như vậy sẽ không ra được các em bấm thành :

$$P = \left[(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3}) \right]^{2016} \cdot (7+4\sqrt{3})$$

Câu 13. Cho a là số thực dương, a khác 1 và $P = \log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $P=3$. B. $P=1$. C. $P=9$. D. $P=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Chọn $a=2$

Vậy khoanh đáp án C.

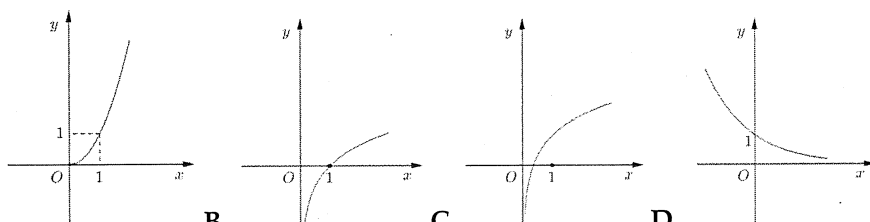
Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y=3x^3+3x-2$. B. $y=2x^3-5x+1$. C. $y=x^4+3x^2$. D. $y=\frac{x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn

Các em có thể dùng Table hoặc bấm nhanh $y=3x^3+3x-2 \rightarrow y'=9x^2+3 > 0$

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x \ln x$. Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$?



A.

B.

C.

D.

Hướng dẫn

SHIFT $\frac{d}{dx}$ ALPHA \ln ALPHA \ln $\frac{d}{dx}(X \ln(X))|_{x=0}$ Math ERROR Math $\frac{d}{dx}(X \ln(X))|_{x=1}$ 1

[AC] : Cancel
[F1][F2]: Goto

Tại 0 không xác định, tại $x=1, y=1$ nên khoanh C

Câu 16. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn

Nhẩm nhanh : $V = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$ và $C(3; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

- A. $D(-2; 0; 0)$ hoặc $D(-4; 0; 0)$. B. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(-6; 0; 0)$.
C. $D(6; 0; 0)$ hoặc $D(12; 0; 0)$. D. $D(0; 0; 0)$ hoặc $D(6; 0; 0)$.

Hướng dẫn

Thiết lập nhanh phương trình trên máy : $(A-3)^2 + (4)^2 + (0)^2 - (4^2 + 3^2)$

CALC ra đáp án D

Câu 18. Kí hiệu z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính

$P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.

- A. $P = 1$. B. $P = 2$. C. $P = -1$. D. $P = 0$.

Hướng dẫn

Vào giải phương trình bậc 2: **MODE** **5** **3** **1** **=** **1** **=** **1** **=** **=**

Lưu nghiệm X1 vào X: **SHIFT** **RCL** **1** X2 vào Y: **=** **SHIFT** **RCL** **S+D** Rồi **MODE** **2**

$$X_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad X_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad X^2 + Y^2 + XY = 0$$

Câu 19. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $\min y = 3\sqrt[3]{9}$. B. $\min y = 7$. C. $\min y = \frac{33}{5}$. D. $\min y = 2\sqrt[3]{9}$.

Hướng dẫn

Dùng **Table** : **Start** 0= **End** 9= **Step** 0.5=

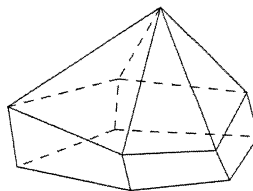
MODE **7** **3** **ALPHA** **1** **+** **4** **▼** **ALPHA** **1** **x^2** **=** **0** **=** **9** **=** **0** **.** **5** **=**

Ans **x** **1.5** **F(X)** **3³√9**
6.277777778 **6.240251469**

Vậy khoảng đáp án A

Câu 20. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

- A. 6. B. 10. C. 12. D. 11.

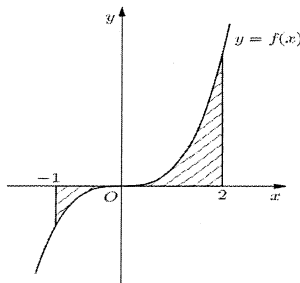


Hướng dẫn : Đếm xong khoảng D

Câu 21. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt

$$a = \int_{-1}^0 f(x)dx, b = \int_0^2 f(x)dx, \text{ mệnh đề nào dưới đây đúng ?}$$

- A. $S = b - a$. B. $S = b + a$.
 C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.



Hướng dẫn: Đáp án A.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

A. $S = \{-3; 3\}$.

B. $S = \{4\}$.

C. $S = \{3\}$.

D. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Hướng dẫn:

Các em nhập phương trình vào máy :

$\log_2(2) \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{)} \rightarrow \text{= } 1 \rightarrow \text{+ } \log_2(2) \rightarrow \text{ALPHA} \rightarrow \text{+ } 1 \rightarrow \text{= } 3$
 $\rightarrow \text{)} + \log_2(X+1) - 3$

$\text{CALC} \rightarrow \text{= } 3 \rightarrow \text{=}$

$\leftarrow \text{CALC} \rightarrow 4 \rightarrow \text{=}$

$\text{CALC} \rightarrow 3 \rightarrow \text{=}$

Math ERROR

$\log_2(X-1) + \log_2(X+1)$

$\log_2(X-1) + \log_2(X+1)$

[AC] : Cancel
 [4] [] : Goto

0.9068905956

0

Vậy khoanh đáp án C

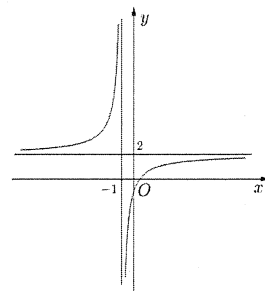
Câu 23. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-2}{x-1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Hướng dẫn: Dựa vào tiệm cận đứng $\Rightarrow A, B$, dựa vào giao Oy $\Rightarrow B$

Câu 24. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du.$ B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du.$ C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du.$ D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du.$

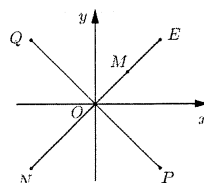
Hướng dẫn

Tính tích phân rồi so với giá trị ở các đáp án

$\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ 3.464101615 $\int_0^3 \sqrt{x} dx$ 3.464101615

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$.

A. Điểm N . B. Điểm Q . C. Điểm E . D. Điểm P .



Hướng dẫn: Chọn C

Câu 26. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{\sqrt{5}a}{2}.$ B. $l = 2\sqrt{2}a.$ C. $l = \frac{3a}{2}.$ D. $l = 3a.$

Hướng dẫn: $S_{xq} = \pi r l \rightarrow l = 3a$

Câu 27. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{e^x+1} = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A. $S = 2.$ B. $S = -2.$ C. $S = 0.$ D. $S = 1.$

Hướng dẫn

Tính tích phân lưu vào A

$\int_0^1 \frac{1}{e^x+1} dx \rightarrow A$ 0.379885493

$A = a + b \ln \frac{1+e}{2} \Rightarrow b = \frac{A-a}{\ln \frac{1+e}{2}}$ thay vào $S = a^3 + b^3 =$ Đáp án giải ra xem a,b đẹp không

Nhập vào máy:

$$X^3 + \left(\frac{A-X}{\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)} \right)^3$$

Đáp án A : $\boxed{2}$

$\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}} \boxed{=}$

$$X = -0.410302725$$

Tương tự với các đáp án khác cuối cùng là C:

$$X = 1$$

Vậy khoanh đáp án C.

Các em có thể dùng Table nếu thích : Start -4= , End 4= , Step 0.5=

$$f(X) = \frac{A-X}{\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)}$$

Vậy $a=1, b=-1 \rightarrow S=0 \rightarrow C$

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a .

A. $V = \frac{\pi a^3}{4}$.

B. $V = \pi a^3$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Hướng dẫn:

$$\text{Vẽ hình nhanh : } \begin{cases} h=a \\ r=\frac{a}{\sqrt{2}} \end{cases} \rightarrow V = \pi \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot a \rightarrow D$$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A ?

- A. $x+y-3z-8=0$. B. $x-y-3z+3=0$. C. $x+y+3z-9=0$. D. $x+y-3z+3=0$.

Hướng dẫn:

Ở đây chúng ta dùng điều kiện tiếp xúc : $d_{I \rightarrow (mp)} = IA = \sqrt{11}$

Đáp án A

$$\frac{|3+2-3(-1)-8|}{\sqrt{1+1+9}} = 0$$

Đáp án B

$$\frac{|3-2-3(-1)+3|}{\sqrt{1+1+9}} = \frac{7\sqrt{11}}{11}$$

Đáp án C

$$\frac{|3+2+3(-1)-9|}{\sqrt{1+1+9}} = \frac{7\sqrt{11}}{11}$$

Đáp án D:

$$\frac{|3+2-3(-1)+3|}{\sqrt{1+1+9}} = \sqrt{11}$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P) .

- A. $d = \frac{1}{3}$. B. $d = \frac{5}{3}$. C. $d = \frac{2}{3}$. D. $d = 2$.

Hướng dẫn

ở đây Δ và (P) song song với nhau nên mới có khoảng cách và nó bằng khoảng cách từ 1 điểm trên Δ tới (P) do đó ta có :

$$\frac{|2 \times 1 - 2 \times -2 - 1 + 1|}{\sqrt{4+4+1}} = 2$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m-1)x^4 - 2(m-3)x^2 + 1$ không có cực đại.

A. $1 \leq m \leq 3$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $1 < m \leq 3$.

Hướng dẫn:

Các em kiểm tra nhanh bằng mẹo như sau :

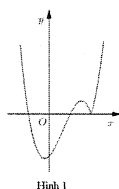
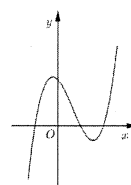
$$m=10 \rightarrow y=9x^4-14x^2+1 \text{ các em để ý ab trái dấu là có 3 cực trị rồi với } y=ax^4+bx^2+c$$

$$m=-10 \rightarrow y=-11x^4+26x^2+1 \text{ tương tự nên chúng ta loại được B,C}$$

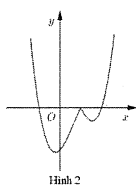
$$\text{Xét } m=1 \rightarrow y=4x^2+1 \rightarrow \text{Đúng nên chúng ta khoanh A.}$$

Câu 32. Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

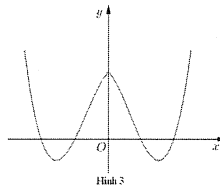
Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



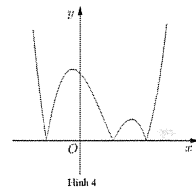
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Hướng dẫn

$$y = |x-2|(x^2-1) \leq 0 \rightarrow -1 \leq x \leq 1 \rightarrow A$$

Câu 33. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}, \log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$.

B. $P = -1 + \sqrt{3}$.

C. $P = -1 - \sqrt{3}$.

D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn

$$\text{Các em chọn } a=2 \rightarrow b=2^{\sqrt{3}}$$

2 **SHIFT** **RCL** **(←)**

2 **x[■]** **√** **3** **SHIFT** **RCL** **(→)**

$$2 \rightarrow A \quad 2^{\sqrt{3}} \rightarrow B \quad 109 \sqrt{B} \left(\sqrt{\frac{A}{B}} \right) \\ 2 \quad 3.321997085 \quad -2.732050808$$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \frac{124\pi}{3}$. C. $V = \frac{124}{3}$. D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

Hướng dẫn

$$V(x) = \int_1^3 S(x) dx \quad \text{bấm máy ta được C.}$$

$$\int_1^3 3x\sqrt{3x^2 - 2} dx \\ 41.33333333$$

Câu 35. Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn

Dùng Table : Start $-0.99 =$ End $9 =$ Step $0.5 =$

$$\text{MODE } 7 \text{ (3) ALPHA } \text{) } x^2 \text{ (6) ALPHA } \text{) } + \text{ ln } \text{ (ALPHA) } \text{) } + \text{ (1) } \text{ SHIFT } x^2 \text{ (1)} \\ f(X) = 4(X+1)^3 + 1$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline -0.99 & -87.78427243 & \\ -0.49 & 4.355 & \\ 0.01 & 0.9403 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 0.01 & 0.9403 & \\ 0.51 & -1.659 & \\ 1.01 & -1.659 & \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{X} & \text{F(X)} & \\ \hline 1.51 & -0.44 & \\ 2.01 & 6.8198 & \\ 2.51 & 6.8198 & \\ \hline \end{array}$$

Hàm đổi dấu 3 lần là có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

B. $V = \sqrt{3}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn:

Câu này khá đơn giản các em vẽ hình và xác định được góc là $ASD = 30^\circ$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AD \cot 30^\circ \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4}$.

Phương trình nào dưới đây là phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

A. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 - t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t \\ z = 7 + 4t \end{cases}$.

Hướng dẫn

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-3}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -5 - t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$$

Các em tìm giao của d và $x+3=0$ thì điểm này cũng thuộc d' là hình chiếu của d

$x+3=0 \rightarrow (1+2t)+3=0 \rightarrow t=-2 \rightarrow H(-3, -3, -5)$ em thay tọa độ điểm này vào các đáp án xem nó thuộc đáp án nào ?

Duy nhất chỉ có đáp án D thỏa mãn $\begin{cases} x = -3 \\ y = -6 - t = -3 \rightarrow t = -3 \\ z = 7 + 4t = 7 + 4(-3) = -5 \end{cases}$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính

$$I = \int_0^1 f(x)dx.$$

A. $I = -12$.

B. $I = 8$.

C. $I = 12$.

D. $I = -8$.

Hướng dẫn

Mình có 2 dữ kiện nên sẽ tìm hàm 2 ẩn thỏa mãn 2 điều kiện trên : Giả sử $f(x) = ax + b$

$$\begin{cases} 2f(1) - f(0) = 2 \\ \int_0^1 (x+1)adx = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2(a+b) - b = 2 \\ a \cdot \frac{x^2}{2} + ax \Big|_0^1 = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 2 \\ \frac{a}{2} + a = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-34}{3} \\ a = \frac{20}{3} \end{cases} \rightarrow f(x) = \frac{20}{3}x - \frac{34}{3}$$

$$\int_0^1 \left(\frac{20}{3}x - \frac{34}{3} \right) dx = -8$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z-i| = 5$ và z^2 là số thuần ảo ?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 0.

Hướng dẫn

$$\begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a^2 - b^2 + 2abi = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + (b-1)^2 = 25 \\ a = \pm b \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a^2 + (a-1)^2 = 25 \\ a^2 + (a+1)^2 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x_1 = & & x_2 = & & x_1 = & & x_2 = \\ & 4 & & -3 & & 3 & & -4 \end{matrix}$$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $2y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

B. $y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

C. $y' + xy'' = -\frac{1}{x^2}$.

D. $2y' + xy'' = \frac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn:

Các em sử dụng cách tính đạo hàm cấp 2 bằng Casio như sau:

$$y'' = \frac{\Delta y'}{\Delta x} \quad \text{Tính } \frac{d}{dx}(f(x))|_{x=X} \rightarrow C \quad \frac{d}{dx}(f(x))|_{x=X+0.001} \rightarrow D \quad \text{Suy ra: } f''(x) = \frac{D-C}{0.001} \rightarrow A$$

Áp dụng vào bài :

SHIFT [F2] [F2] [ln] [ALPHA] [)] [)] [Math] [ALPHA] [)] [>] [>] [1] [0] [SHIFT] [RCL] [hyp]

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{x} \right) |_{x=10} \rightarrow$$

-0.01302585093

◀ [DEL] [DEL] [.] [0] [0] [0] [1] [SHIFT] [RCL] [sin]

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{x} \right) |_{x=10.1} \rightarrow$$

-0.01302569041

[F2] [ALPHA] [sin] [=] [ALPHA] [hyp] [Math] [0] [.] [0] [0] [0] [1] [SHIFT] [RCL] [(-)]

$$\frac{D-C}{0.0001} \rightarrow A$$

1.605156378 × 10⁻³

Như vậy là ta vừa tính đạo hàm cấp 2 của hàm $y = \frac{\ln x}{x}$ tại $X = 10$ đang lưu vào A

Bây giờ xét hiệu các đáp án, xét đáp án A:

[2] [SHIFT] [F2] [F2] [ln] [ALPHA] [)] [)] [Math] [ALPHA] [)] [>] [>] [1] [0] [>] [+] [1] [0] [ALPHA] [(-)] [+] [F2] [1]

◀ [1] [0] [x²]

Các em ấn thêm [F2] xem nó có về 0 hay không là được.

Math ▲

$$2 \frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{x} \right) |_{x=10} \rightarrow$$

-1.380798728 × 10⁻⁷

Math ▲

$$2 \frac{d}{dx} \left(\frac{\ln(x)}{x} \right) |_{x=10.1} \rightarrow$$

0°0'0"

Câu 41. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn

Câu này các em làm tay thôi : $y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x - 1$

$$y' = 0 \rightarrow \Delta' = (m - 1)^2 + 3(m^2 - 1) = 4m^2 - 2m - 2$$

Để hàm nghịch biến $(-\infty; +\infty)$ thì $\begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \rightarrow \frac{-1}{2} \leq m \leq 1 \rightarrow m = 0, m = 1 \rightarrow A$

Để cho chắc các em cứ kiểm tra lại.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x - 2y + z - 35 = 0$ và điểm $A(-1; 3; 6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P) , tính OA' .

A. $OA' = 3\sqrt{26}$.B. $OA' = 5\sqrt{3}$.C. $OA' = \sqrt{46}$.D. $OA' = \sqrt{186}$.

Hướng dẫn

Tìm nhanh hình chiếu H của A lên (P) kết hợp tham số hóa và giải phương trình tìm tham số luôn : $6(-1 + 6t) - 2(3 - 2t) + (6 + t) - 35 = 0$

6 ((- 1 + 6 (ALPHA)) - 2 (3 - 2 (ALPHA)) + (6 + ALPHA)) - 35 = 0

6 (-1+6X)-2(3-2X)+(6+X)-35=0

X= 1

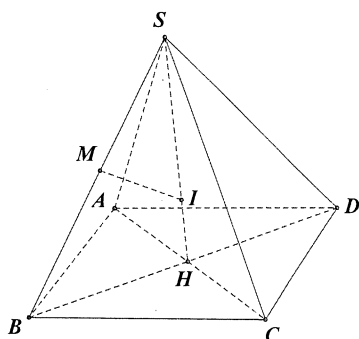
L-R= 0

$H(5, 1, 7)$ là trung điểm của AA' nên $A'(11, -1, 8) \rightarrow OA' = \sqrt{186}$

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = \sqrt{3}a$.B. $R = \sqrt{2}a$.C. $R = \frac{25a}{8}$.D. $R = 2a$.

Hướng dẫn:



Câu này khá đơn giản các em vẽ hình ra:

$$\triangle SIM \sim \triangle SHB$$

$$\Rightarrow \frac{SI}{SH} = \frac{SM}{SB} \Rightarrow SI = \frac{SM \cdot SB}{SH}$$

$$\frac{2 \cdot 5 \times 5}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \frac{25}{8}$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

A. $I = -6$.

B. $I = 0$.

C. $I = -2$.

D. $I = 6$.

Hướng dẫn

Giả sử $f(x)$ là hàm chẵn $\rightarrow f(x) = f(-x) = \frac{\sqrt{2 + 2\cos(2x)}}{2}$

$$\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{\sqrt{2 + 2\cos(2x)}}{2} dx = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{2\cos(x)}{2} dx = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos(x) dx = \sin(x) \Big|_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = 6$$

Vậy khoảng D

Máy tính các em tính sẽ hơi lâu khoảng 2-3 phút trong thời gian đó các em cứ để đấy chuyển xuống làm câu khác.

Câu 45. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong đoạn $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 2017.

B. 4014.

C. 2018.

D. 4015.

Hướng dẫn

Điều kiện: $\begin{cases} mx > 0 \\ x > -1 \end{cases}$

$$\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow \log(mx) = \log(x+1)^2 \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow m = 2 + x + \frac{1}{x} = f(x)$$

Chúng ta sẽ khảo sát hàm trên 2 khoảng $(-1;0)$ và $(0;+\infty)$

*Xét $(-1;0)$ với Start -0,99= End -0,01= Step 0,05=

X	F(X)	Math
1	-0.99	-0.00010101
2	-0.94	-0.00010101
3	-0.89	-0.00010101
7	-0.69	-0.2849152542
8	-0.64	-0.2849152542
9	-0.59	-0.2849152542
19	-0.09	-23.04
20	-0.04	-23.04
21	-0.01	-23.04

Giá trị hàm giảm dần từ 0 tới $-\infty \Rightarrow m \in (0,+\infty)$ kết hợp với $[-2017;2017]$ thì m có 2017 giá trị từ -1 tới 2017

*Xét $(0;+\infty)$ với Start 0.0001= End 29= Step 1=

X	F(X)	Math
1	1.0001	10002.0001
2	1.0001	10002.0001
3	1.0001	10002.0001
28	28.0001	4.00000001
29	29.0001	4.00000001
30	30.0001	4.00000001
28	28.0001	30.03581416
29	29.0001	30.03581416
30	30.0001	30.03581416

Nó đi từ $+\infty \rightarrow 4 \rightarrow +\infty$ vậy để phương trình có nghiệm duy nhất thì $m = 4$

Vậy tổng hợp 2 trường hợp thì ta có 2018 giá trị của m

Ngoài ra các em có thể khảo sát hàm bằng cách lập bảng biến thiên.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y = 5x - 9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

- A. 0. B. 6. C. -6. D. 3.

Hướng dẫn

A, B luôn đối xứng với nhau qua điểm uốn lên 2 điểm này đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = 5x - 9$. thì điểm uốn sẽ thuộc đường này

$y'' = 2x - 2m \rightarrow U(m, \frac{m^3}{3} - m)$ thay vào đường thẳng ta được :

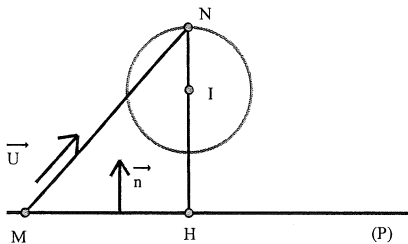
$$\frac{m^3}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow \frac{m^3}{3} - 5m + 9 = 0$$

Theo Vi-et bậc 3 : $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 0 \rightarrow A$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho vectơ \overrightarrow{MN} cùng phương với vectơ $\vec{u}(1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

- A. $MN = 3$. B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$. C. $MN = 3\sqrt{2}$. D. $MN = 14$.

Hướng dẫn



Do góc \widehat{NMH} không đổi nên MN lớn nhất khi NH lớn nhất $\Rightarrow N$ ở vị trí như hình vẽ.

$$NH = r + d_{I \rightarrow P} = 1 + 2 = 3$$

$$\cos \widehat{MNH} = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow MN = \frac{NH}{\cos \widehat{MNH}} = 3\sqrt{2}$$

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. C. $P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}$. D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Hướng dẫn:

***Cách 1:** Từ đáp án các em có nhận thấy

Min có khả năng là $\frac{5\sqrt{2}}{2}, \sqrt{13}, 5\sqrt{2}$ Max có thể là $\sqrt{73}, \frac{\sqrt{73}}{2}$

Ý tưởng là từ $|z - 1 + i| = A$ chúng ta rút ra b rồi thế vào phương trình trên Solve xem có tồn tại a không với $z = a + bi$

Giả sử $m = \frac{5\sqrt{2}}{2} \rightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = 12.5 \rightarrow b = \sqrt{12.5 - (a-1)^2} - 1$ thay vào

$$|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{(a+2)^2 + (\sqrt{12.5-(a-1)^2}-2)^2} + \sqrt{(a-4)^2 + (\sqrt{12.5-(a-1)^2}-8)^2} - 6\sqrt{2}$$

$\sqrt{(X+2)^2 + (\sqrt{12.5-(X-1)^2}-2)^2}$
 $X = -1.5$
 $L-R = 0$

Vậy có tồn tại số phức z để min là $m = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ Chú ý khi xét Max

Ta có

$$\sqrt{73} > \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{73}}{2} \text{ ra sẽ thử số } M = \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}} \text{ xem có tồn tại số phức nào không ?}$$

Các em sử dụng chỗ 12.5 thành 73:3 thôi.

$$\sqrt{(X+2)^2 + (\sqrt{73:3-(X-1)^2}-2)^2}$$

$X = 0.98242$
 $L-R = 0$

Như vậy tồn tại số phức để $M = \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{73}}{2}$ vậy $M = \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}}$ là đúng

Ở đây anh đã thử giải trực tiếp $M = \sqrt{73}$ nhưng máy không tính được ra x có thể nó ở dạng Bất đẳng thức nên mới bị Can't Solve như vậy (kinh nghiệm)

***Cách 2: Từ giả thuyết $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$.**

Cho Y thay đổi rồi giải ra X với $z = X + Yi$

$$\sqrt{(X+2)^2 + (Y-1)^2} + \sqrt{(X-4)^2 + (Y-7)^2} = 6\sqrt{2}$$

Solve

Y	1	2	3	4	5	6	7	8
X	Can't	-1	0	1	2	3	4	Can't

2 bên xung quanh là nó vô nghiệm chỉ có vùng từ 2 tới 7 thôi: các em thấy quy luật là $Y - X = 3 \rightarrow y = x + 3$

Do đó $|z-1+i| = \sqrt{(x-1)^2 + (x+4)^2}$ dùng Table : Start -2= End 5= Step 0.25=

Math	Math
$\begin{array}{ c c c } \hline X & F(X) & \\ \hline -1.75 & 3.5531 & \\ -1.5 & 3.5531 & \\ -1.25 & 3.5531 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline X & F(X) & \\ \hline 3.5 & 7.9056 & \\ 3.75 & 8.2234 & \\ 4 & 8.5400 & \\ \hline \end{array}$
3.535533906	8.544003745

Xấp xỉ đáp án B nhé các em.

Câu 49. Cho mặt cầu tâm O , bán kính R . Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) . Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là h ($h > R$). Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

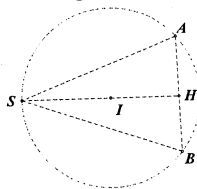
A. $h = \sqrt{3}R$.

B. $h = \sqrt{2}R$.

C. $h = \frac{4R}{3}$.

D. $h = \frac{3R}{2}$.

Hướng dẫn:



Các em thiết lập nhanh phương trình tính thể tích nón. Chọn $R=1$

$$SH = h = R + IH \Rightarrow IH = h - 1 \quad \text{Bán kính } AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{1 - (h-1)^2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi [1 - (h-1)^2] \cdot h \quad \text{CALC từng đáp án}$$

CALC $\sqrt{\square}$ 3 = (S=D)

$$X(1-(X-1)^2) \quad \text{Math } \blacktriangle$$

0.8038475773

CALC 1 \cdot 5 =

$$X(1-(X-1)^2) \quad \text{Math } \blacktriangle$$

1.125

CALC $\sqrt{\square}$ 2 = (S=D)

$$X(1-(X-1)^2) \quad \text{Math } \blacktriangle$$

1.171572875

CALC 4 $\frac{\square}{\square}$ 3 = (S=D)

$$X(1-(X-1)^2) \quad \text{Math } \blacktriangle$$

1. (185)

Nhìn vào kết quả là mình khoanh C.

Câu 50. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

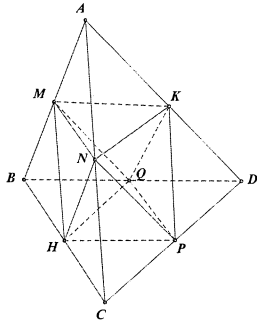
A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Hướng dẫn:



$$V_{A.MNK} = V_{B.MNQ} = V_{C.HNP} = V_{D.PNK}$$

$$\frac{V_{A.MNK}}{V_{ABC}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AK}{AD} = \frac{1}{8}$$

$$\rightarrow V_{MHQKNP} = V - (V_{A.BCD} + V_{A.MNK} + V_{B.MNQ} + V_{C.HNP} + V_{D.PNK}) = V - 4 \cdot \frac{1}{8}V = \frac{V}{2}$$

Các kĩ thuật Casio và dạng toán cơ bản cần nắm

I.CALC – Tính nhanh giá trị biểu thức với giá trị các biến cho trước

Tính năng này chủ yếu để thử đáp án, tính giới hạn ... khi đáp án đã chứa sẵn kết quả chỉ việc thử ví dụ như thử nghiệm của phương trình, bất phương trình có rất nhiều ví dụ các em tham khảo ở phía dưới nhé.

II. SOLVE – Dò nghiệm của phương trình một ẩn bất kì

Ví dụ em muốn tìm nghiệm của phương trình $f(x)=0$ thì em chỉ việc nhập $f(x)$ vào máy ở hệ COMP rồi bấm $\boxed{=}$ để lưu phương trình lại (không cần bấm $=0$)

Sau đó bấm $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{CALC}}$ để máy dò nghiệm, nếu ra nghiệm xấu thì em lưu vào A $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{RCL}} \boxed{(-)}$ rồi đẩy lên để tìm phương trình cũ và đẩy sang trái sửa thành $f(x):(X-A)$ rồi lại xét lặp lại như lúc đầu để tìm nghiệm thứ 2 , thứ 3 ...

Ví dụ 1: Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $4.3^{\log(100x^2)} + 9.4^{\log(10x)} = 13.6^{1+\log x}$.

A. 100.

B. 10.

C. 1.

D. $\frac{1}{10}$.

Hướng dẫn

$$\begin{array}{ccc} \boxed{4 \times 3^{\log(100x^2)} + 9 \times 4^{\log(10x)} = 13 \times 6^{1+\log x}} & \boxed{4 \times 3^{\log(100x^2)} + 9 \times 4^{\log(10x)} = 13 \times 6^{1+\log x}} & \boxed{4 \times 3^{\log(100x^2)} + 9 \times 4^{\log(10x)} = 13 \times 6^{1+\log x}} \\ X= & X= & X= \\ L-R= & L-R= & L-R= \end{array}$$

Lưu ý: Solve dò Mũ-Log cực lâu nếu không dùng Table tìm khoảng nghiệm trước, còn nó giải phương trình vô tỉ khá là nhanh, các em nên lưu ý điều này để tránh mất thời gian đợi nó, trong lúc đợi thì có thể làm bài khác.

III. Table – Skill linh hoạt ứng dụng nhiều

Khó mà có thể liệt kê hết ứng dụng của nó chủ yếu là mạnh về dò tìm ngoài chức năng chính là Max – Min , một đồ thị thu nhỏ từ đó ứng dụng sang cực trị, tương giao

IV. Các dạng toán cơ bản và kết hợp các kĩ thuật

Xin lưu ý, vì đây là cuốn sách luyện 8-9-10 nên các kĩ thuật cơ bản này anh chỉ rút gọn lại mỗi dạng 1-2 ví dụ thay vì đầy đủ nhiều ví dụ và có nhiều bài tập tự luyện như Tuyệt Kĩ Casio 2018 ver1.0

Tuyệt Kĩ 1: Sự biến thiên

Ví dụ 1.1: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $\left(-\infty; -\frac{11}{4}\right)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $\left(-\infty; -\frac{11}{4}\right]$.

Hướng dẫn

Dùng d/dx : tính năng tính đạo hàm tại 1 điểm của hàm 1 biến.

SHIFT \int ALPHA \rightarrow SHIFT x^2 + ALPHA S \rightarrow D ALPHA \rightarrow x^2 - ALPHA \rightarrow + ALPHA S \rightarrow D \rightarrow 1 \cdot 1

$$\frac{d}{dx}(x^3 + yx^2 - x + y) \Big|_{x=1.11}$$

Ta sẽ xét các giá trị đặc trưng của các đáp án : Đáp án C tính tại $X=10$

CALC \equiv 1 0 \equiv

$$\frac{d}{dx}(x^3 + yx^2 - x + y) \Big|_{x=10}$$

4783
100

Ta sẽ loại được C và xét tiếp sự khác biệt A,B,D

CALC \equiv - 1 0 \equiv CALC \equiv - 0 \cdot 9 \equiv CALC \equiv - 1 1 \div 4 \equiv

$$\frac{d}{dx}(x^3 + yx^2 - x + y) \Big|_{x=-10}$$

-1937
100

$$\frac{d}{dx}(x^3 + yx^2 - x + y) \Big|_{x=0.9}$$

13
20

$$\frac{d}{dx}(x^3 + yx^2 - x + y) \Big|_{x=-1.1}$$

-171
50

Vậy khoanh đáp án D.

Tuyệt Kỹ 2: Giải nhanh dạng toán về Max-Min, Cực Trị

Ví dụ 1: Cho hàm số $f(x) = x + m + \frac{n}{x+1}$ (với m, n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $f(-2) = -2$.

- A. Không tồn tại giá trị của m, n . B. $m = -1; n = 1$.
C. $m = n = 1$. D. $m = n = -2$.

Hướng dẫn

Các em thay từng giá trị m, n vào hàm rồi dùng Table : **MODE** **7**

Đáp án B:

ALPHA **)** **=** **1** **+** **=** **1** **▼** **ALPHA** **)** **+** **1** **=** **=** **-** **4** **=** **4** **=** **0** **.**

$f(X) = X - 1 + \frac{1}{X+1}$

X	F(X)
-2.5	-4.166
-2	-2
-1.5	-4.5

-4

Đáp án C: Sửa rồi các em ấn **=** **=** **=** **=**

$f(X) = X + 1 + \frac{1}{X+1}$

X	F(X)
-2.5	-2.166
-2	-2
-1.5	-2.5

-2

Thấy nó thỏa mãn đúng yêu cầu là cực đại luôn vậy đáp án đúng là C

Ví dụ 2: Cho hàm số $y = 3\sin x - 4\sin^3 x$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng:

- A. -1. B. 3. C. 1. D. 7.

Hướng dẫn

Chú ý để chế độ góc ở Radian: **SHIFT** **MODE** **4**

Vào Mode 7 : Start $-\frac{\pi}{2}$ End $\frac{\pi}{2}$ và Step là $\frac{\pi}{12}$ (đây là bước nhảy mặc định cho lượng giác.)

$$f(X)=3\sin(X)-4\sin(X)$$

1

Vậy khoanh đáp án C

*Lưu ý về cách chọn Step :

+Chỉ dùng bảng F(X) để tính được 30 giá trị : **SHIFT MODE** **▼** **5** **1**

+Nếu người ta không cho khoảng hàm số thường là đa thức các em để **Start -9= End 9= Step 1=**

Muốn khảo sát kĩ thì **Start -4= End 4= Step 0.5**

Trong đoạn nhỏ cho sẵn thì để **Step** là **0.1** hoặc **0,25**

+ Hàm lượng giác không nói gì đến khoảng các em để **Start $-\pi$ = End π = Step $\frac{\pi}{12}$ =**

Tuyệt Kĩ 3: Giải nhanh dạng toán về Tiệm Cận

Ví dụ 1: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Hướng dẫn

Nhập biểu thức như đề bài :

$$\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$$

***Tìm tiệm cận đứng :** Thường là nghiệm của mẫu nên ta sẽ tính giới hạn bằng cách lấy giá trị xấp xỉ nghiệm đó

Ví dụ $x=1 \rightarrow \text{CALC}$ $X=1.0000001$

CALC 1 . 0 0 0 0 0 0 0 1 =

$$\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$$

67320516.39

CALC 0 . 0 0 0 0 0 0 0 1 =

Math ERROR
[AC] : Cancel
[←][→]: Goto

Vậy chỉ có một tiệm cận đứng là $x=1$

*Tiệm cận ngang: Ta sẽ tính giới hạn tại $10^6(+\infty)$ và $-10^6(-\infty)$

CALC 1 0 x^6 6 =

$$\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$$

3.000005

CALC - 1 0 x^6 6 =

$$\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{x^2-x}$$

2.999999

Vậy là có thêm một đường tiệm cận ngang $y=3$

Tuyệt Kĩ 4: Giải nhanh Tương Giao

Lí thuyết chung là khi giá trị hàm đổi dấu âm sang dương hay dương sang âm lúc này hàm sẽ phải đi qua số 0 tức là có 1 nghiệm lẻ, qua nghiệm chẵn thì dấu của hàm không đổi

Ví dụ 1: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực m để phương trình sau có nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$: $x^3 + x^2 + x = m(x^2+1)^2$

A. $m \geq 1$ B. $m \leq 1$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $0 \leq m \leq \frac{3}{4}$

Hướng dẫn :

*Cách 1: Cô lập được m thì dùng cách này nhanh hơn


$$x^3 + x^2 + x = m(x^2+1)^2 \rightarrow m = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2+1)^2} = f(x) \rightarrow \min_{f(x)} \leq m \leq \max_{f(x)}$$

Table : Start 0= End 1= Step 0.1 =


$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x}{(x^2 + 1)^2}$$


*Cách 2: thử từng giá trị đặc trưng các đáp án và quan sát đổi dấu


Đáp án A: $m=10$ không thấy sự đổi dấu

$$f(x) = \frac{x - 10}{x^2}$$



Đáp án B: $m=-10$ không thấy sự đổi dấu

$$f(x) = \frac{x + 10}{x^2}$$


Đáp án C: $m=1$ không thấy sự đổi dấu

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$


Vậy khoanh đáp án D, các em thử $m=0.5$ mà xem

$$f(x) = \frac{0.5x}{x^2 + 1}$$


Tuyệt Kĩ 5: Hàm số Mũ - Log

Ví dụ 1: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \ln(e^{2x} + 1)$.

A. $f'(x) = \frac{1}{e^{2x} + 1}$ B. $f'(x) = \frac{2e^{2x}}{e^{2x} + 1}$ C. $f'(x) = \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 1}$ D. $f'(x) = \frac{e^{2x}}{2(e^{2x} + 1)}$

Hướng dẫn

Nhập biểu thức đạo hàm rồi xét hiệu với các đáp án

$$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2x}+1))|_{x=1} - \frac{d}{dx}(\ln(e^{2x}+1))|_{x=-1}$$

$$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2x}+1))|_{x=1}$$

1.999999994

Tương tự xét B,C,D

$$\frac{d}{dx}(\ln(e^{2x}+1))|_{x=1} \quad \frac{d}{dx}(\ln(e^{2x}+1))|_{x=1} \quad \frac{d}{dx}(\ln(e^{2x}+1))|_{x=1}$$

1.999909196 9.079161541×10⁻⁵ 1.499999997

Vậy khoanh đáp án C

Ví dụ 2: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = 2^{x^3-x^2+mx}$ đồng biến trên $[1,2]$.

A. $m > \frac{1}{3}$.

B. $m \geq \frac{1}{3}$.

C. $m \geq -1$.

D. $m > -8$.

Hướng dẫn

Làm tương tự như phần sự biến thiên

$$\frac{d}{dx}(2^{x^3-x^2+yx})|_{x=1} \quad \frac{d}{dx}(2^{x^3-x^2+yx})|_{x=1} \quad \frac{d}{dx}(2^{x^3-x^2+yx})|_{x=1}$$

-0.02019176667 0.1512117539 1.713808028

Vậy khoanh đáp án C

Tuyệt Kỹ 6: Rút gọn, biểu diễn mũ-log

Ví dụ 1: Cho a, b là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính giá trị của

biểu thức $T = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}$.

A. $T=1$.

B. $T=4$.

C. $T=-\frac{3}{4}$.

D. $T=-4$.

Hướng dẫn

Các em chọn $a=2 \rightarrow b=a^{\sqrt{3}}$

$$2 \rightarrow A \quad \text{Math} \quad 2^3 \rightarrow B \quad \text{Math} \quad \log_{\frac{\sqrt{B}}{A}} \left(\frac{\sqrt[3]{B}}{\sqrt{A}} \right) \quad \text{Math} \quad 1$$

Ví dụ 2: Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} b^{-2}$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

A. $P=2$.

B. $P=1$.

C. $P=\sqrt{3}$.

D. $P=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

Về bản chất nó chỉ là bài toán rút gọn tuy nhiên kết quả không phụ thuộc a,b nên các em chọn a,b thỏa mãn điều kiện là được.

$$2 \rightarrow A \quad \text{Math} \quad 3 \rightarrow B \quad \text{Math} \quad \log_{A^2} (A^{10} B^2) + 1 \rightarrow 1$$

Tuyệt Kỹ 7: Phương trình, bất phương trình Mũ-Log

Ví dụ 1: Biết phương trình $9^x - 2^{x+\frac{1}{2}} = 2^{x+\frac{3}{2}} - 3^{2x-1}$ có nghiệm là a . Tính giá trị biểu thức $P = a + \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2$.

A. $P=\frac{1}{2}$.

B. $P=1 - \log_{\frac{1}{2}} 2$.

C. $P=1$.

D. $P=1 - \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} 2$.

Hướng dẫn

Các em nhập phương trình vào máy

$$9^x - 2^{x+0.5} = (2^{x+1.5} - 3^{2x-1})$$

$$9^x - 2^{x+0.5} - (2^x + 1)^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$x = 0.7695772897$$

$$L-R = 0$$

Ví dụ 2: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{x-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^x$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 0)$. C. $S = (0; +\infty)$. D. $S = (-\infty; +\infty)$.

Hướng dẫn

Cứ gặp BPT là các em nhập nguyên lại rồi CALC từng giá trị đặc trưng của đáp án thôi

$$2^x - 1 - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$$

$$2^x - 1 - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}} = 511.2421417$$

$$2^x - 1 - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}} = -1.31901963$$

$$2^x - 1 - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}} = 0.5358867313$$

Vậy khoanh đáp án C.

Tuyệt Kỹ 8: Tìm nhanh nguyên hàm

Ví dụ 1: Tìm giá trị của m để hàm số $F(x) = m^2x^3 + (3m+2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn:

Các em xét đạo hàm $F(x)$ tại 10 rồi trừ đi $f(10)$ CALC xem giá trị m nào cho KQ bằng 0

$$F'(x) - f(x) = 3m^2x^2 + 2(3m+2)x - 4 - (3x^2 + 10x - 4)$$

$$= (3m^2 - 3)x^2 + (6m - 4)x$$

$$\frac{d}{dx}(Y^2X^3+(3Y+2)) \cdot \frac{d}{dx}(-(3X^2+10X-4))$$

$$\text{CALC } 2 \text{ } \frac{d}{dx}(Y^2X^3+(3Y+2))$$

$$\text{CALC } = 1 \text{ } \frac{d}{dx}(-(3X^2+10X-4))$$

$$\text{CALC } 1 \text{ } \frac{d}{dx}(Y^2X^3+(3Y+2))$$

$$\frac{d}{dx}(Y^2X^3+(3Y+2)) = 960$$

$$\frac{d}{dx}(-(3X^2+10X-4)) = -120$$

$$\frac{d}{dx}(Y^2X^3+(3Y+2)) = 0$$

Vậy khoanh đáp án D

Tuyệt Kỹ 9: Nguyên Hàm Nâng Cao

Xem phần bài tập nguyên hàm

Tuyệt Kỹ 10: PT số phức bậc 1

Xem phần bài tập số phức

Tuyệt Kỹ 11: PT số phức bậc 2

Dạng hệ số thực thì vào EQN, hệ số phức dùng nhanh biểu thức sau để tính căn :

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{|\Delta|} \angle \frac{\arg(\Delta)}{2} \text{ xem thêm phần số phức}$$

Tuyệt Kỹ 12: PT số phức bậc bất kì

Xem thêm thuật toán Newton – Raphson phần số phức

Tuyệt Kỹ 13: Ứng dụng Casio giải nhanh Oxyz

Xem File Update tại : <http://bikiptheluc.com/sach>

Phần bài khó lớp 11 này anh sẽ cập nhật chủ yếu ở file online kèm sách, theo kịp xu hướng ở các đề thi thử trên toàn quốc và xu hướng thi năm nay các em chịu khó theo dõi nhé, còn năm nay những bài phân loại chủ yếu nằm ở kiến thức lớp 12 nên trong sách có gần như đầy đủ các dạng khó toán 12, anh sẽ cập nhật thêm ở file online nữa.

Lượng Giác

Câu 1: Tìm m để phương trình sau có nghiệm $m = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4}$ là:

A. $-2 \leq m \leq -1$

B. $0 \leq m \leq 1$

C. $-2 \leq m \leq 0$

D. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2$

Hướng dẫn

$m = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4} = f(x)$ có nghiệm khi $\min_{f(x)} \leq m \leq \max_{f(x)}$ Các em dùng Table

Đừng quên để hệ Radian : **SHIFT** **MODE** **4**

MODE **7**

$$f(X) = \frac{2\sin(X) + 3}{- \sin(X) + 4}$$

Start $-\pi =$ End $\pi =$ Step $\frac{\pi}{12} =$ (Tắt G(x): **SHIFT** **MODE** **▼** **5** **1**)

X	F(X)
20	1.8325
21	2.0943
22	2.3561

X	F(X)
5	-2.094
6	-1.832
7	-1.57

Do đó các em khoanh D.

Câu 2: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thỏa mãn $\sin \alpha + \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sqrt{2}$. Khi đó $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4})$ có giá trị bằng:

A. $\frac{9+4\sqrt{2}}{7}$

B. $\frac{-9+4\sqrt{2}}{7}$

C. $\frac{9-4\sqrt{2}}{7}$

D. $\frac{-9+4\sqrt{2}}{7}$

Hướng dẫn

Các em nhập phương trình hỏ hệ comp : $\sin X + \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{2} - X) - \sqrt{2}$

$$\sin(X) + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{array}{l} \text{SHIFT} \text{ CALC } 1 \text{ = } \\ \sin(X) + \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \tan\left(X + \frac{\pi}{4}\right) \quad \frac{-9 + 4\sqrt{2}}{7} \\ X = 1.230959417 \quad -2.093836321 \quad -2.093836321 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Các em lưu ý mình phải khởi đầu là 1, nếu các em khởi đầu là 0 sẽ ra thêm nghiệm $X=0$ lúc này thì phải xét $\frac{f(X)}{X}$ để tìm nghiệm khác.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 2x - 2\cos x + m + 2 = 0$ có nghiệm?

- A. $-5 \leq m \leq -0,5$ B. $m \geq -1$ C. $m \leq -5$ D. $0,5 \leq m \leq 5$

Hướng dẫn

Làm tương tự như ví dụ trên các em khoanh A.

Câu 4: Trong khoảng $(0; 2\pi)$, phương trình $\sin^2 x + 3\sin x \cos x - 4\cos^2 x = 0$ có bao nhiêu nghiệm:

- A.1 B.3 C.4 D.2

Hướng dẫn

Các em dùng Table :

$$\sin(\text{ALPHA}) \text{) } \text{) } x^2 + 3 \sin(\text{ALPHA}) \text{) } \text{) } \cos(\text{ALPHA}) \text{) } \text{) } - 4 \cos(\text{ALPHA}) \text{) } \text{) } x^2$$

$$f(X) = 4\cos(X)^2$$

Start 0 = End 2π = Step $\frac{\pi}{12}$ =

X	F(X)	X	F(X)
0	4.0000	6	1.3089
1	3.8570	7	1.5707
2	3.5471	8	1.8325
3	3.1818	9	-0.0841
4	2.7794	10	-0.8841
5	2.3596	11	-1.8325
6	1.9416	12	-2.9152

Các em quan sát thấy có 2 vị trí bằng 0, 2 vị trí giá trị hàm đổi dấu từ dương sang âm (hoặc ngược lại) do đó phương trình có 4 nghiệm.

Câu 5: Cho phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} - (1 + \sqrt{3})\tan x + \sqrt{3} - 1 = 0$. Gọi $x_1; x_2$ lần lượt là nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình. Tính giá trị của biểu thức $S = 3x_1 + 8x_2$.

- A. $S = -\frac{\pi}{4}$. B. $S = \frac{5\pi}{12}$. C. $S = 0$. D. $S = -\frac{55\pi}{12}$.

Hướng dẫn

Các em lại dùng Table như trước nhưng Start $-\pi =$ End $\pi =$ Step $\frac{\pi}{12} =$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 6: Tính tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2017\pi]$ của phương trình $\sin 4x = \sin 2x + 2\sin x$.

- A. 2035153π . B. $\frac{12207893\pi}{3}$. C. $\frac{15259109\pi}{3}$. D. 3052225π .

Hướng dẫn

$$\sin 4x = \sin 2x + 2\sin x \Leftrightarrow 2\sin 2x \cdot \cos 2x = \sin 2x + 2\sin x$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x \cdot \cos 2x - \cos x - 1)\sin x = 0 \Leftrightarrow (4\cos^3 x - 3\cos x - 1)\sin x = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \rightarrow 0 \leq k \leq 2017 \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \rightarrow 0 \leq k \leq 1008 \\ x = \frac{-2\pi}{3} + k2\pi \rightarrow 1 \leq k \leq 1008 \end{cases} \Rightarrow S = \left[\sum_{k=0}^{2017} k + \sum_{k=0}^{1008} \left(\frac{2}{3} + 2k \right) + \sum_{k=1}^{1008} \left(-\frac{2}{3} + 2k \right) \right] \pi$$

$$\sum_{x=0}^{100} (x) + \sum_{x=0}^{100} \left(\frac{2}{3}\right)^x = 3\text{Ans}$$

$$4069297.667 \quad 12207893$$

Vậy khoanh đáp án B.

Câu 7: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 8\sin^2 x + 3\cos 2x$. Tính $P = 2M - m^2$

- A. $P=1$ B. $P=2$ C. $P=112$ D. $P=130$

Hướng dẫn

Các em dùng Table :

X	F(X)	X	F(X)
7	-1.832	12	-0.261
8	-1.57	13	0.2617
9	-1.308	14	0.2617
	4.866		3.1339

5 3

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \frac{\cos 2x}{1 + \sin^2 3x}$ và $g(x) = \frac{|\sin 2x| - \cos 3x}{2 + \tan^2 x}$ mệnh đề nào sau đây đúng

- A. $f(x)$ lẻ và $g(x)$ chẵn B. $f(x), g(x)$ chẵn C. $f(x)$ chẵn và $g(x)$ lẻ D. $f(x), g(x)$ lẻ

Hướng dẫn

Các em CALC tại $x=1, x=-1$ nếu là hàm chẵn $f(x) = f(-x)$ còn hàm lẻ $f(x) = -f(-x)$

$\boxed{\cos} \boxed{2} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{\downarrow} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\sin} \boxed{3} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{)} \boxed{)} \boxed{x^2} \boxed{\text{CALC}} \boxed{1} \boxed{=}$
 $\boxed{\text{CALC}} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{=}$

$\frac{\cos(2X)}{1+\sin(3X)^2}$	$\frac{\cos(2X)}{1+\sin(3X)^2}$
-0.4080211537	-0.4080211537

Tương tự với $g(x)$ nhé các em

Tổ Hợp – Nhị Thức

Câu 1. Cho khai triển $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$. Hệ số a_6 bằng :

- A. 2441424 B. 482496 C. 209674 D. Kết quả khác

Hướng dẫn

$$(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = (1+2x)^{10} [(1+2x)^2 + 2]^2 = (1+2x)^{10} [(1+2x)^4 + 4(1+2x)^2 + 4]$$

Các em xét khai triển $(1+2x)^{14}$, $(1+2x)^{12}$, $(1+2x)^{10}$ trong cuốn cơ bản anh đã hướng dẫn rất kĩ phần tìm hệ số trong khai triển này rồi, các em áp dụng được

$\begin{array}{ c } \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 5 \\ \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 4 \\ \hline 5 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 3 \\ \hline 4 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 0 \\ \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 3 \\ \hline 4 \\ \hline 5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 4 \\ \hline 5 \\ \hline 6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 5 \\ \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c } \hline 6 \\ \hline 7 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array}$
$192192 + 4.59136 + 4.13440$												

Các em cộng lại : $192192 + 4.59136 + 4.13440$

Câu 2: Trong khai triển $(\sqrt{3} - \sqrt[4]{5})^{124}$ có bao nhiêu số hạng hữu tỉ

A. 32

B. 64

C. 16

D. 48

Hướng dẫn

Xét khai triển :

$$(\sqrt{3} - \sqrt[4]{5})^{124} = C_{124}^k \cdot 3^{0.5(124-k)} \cdot 5^{0.25k}$$

$$y \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} 0.5(124-k) \in \mathbb{N} \\ 0.25k \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 62-0.5k \\ k:4 \end{cases} \Rightarrow k:4 \quad \text{Vậy có } 124:4 + 1 = 32 \text{ số}$$

Câu 3: Số hạng có lũy thừa của x và y bằng nhau trong khai triển $\left(\sqrt{x} - \frac{2y}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22}$ là số hạng thứ mấy.

A. 7

B. 6

C. 5

D. 8

Hướng dẫn

$$\left(\sqrt{x} - \frac{2y}{\sqrt[3]{x}}\right)^{22} = C_{22}^k (-2)^k \cdot x^{0.5(22-k)} \cdot x^{-\frac{k}{3}} \cdot y^k \quad y \in \mathbb{N} \Rightarrow 0.5(22-k) - \frac{k}{3} = k \rightarrow k = 6 \rightarrow A$$

Câu 4: Kết quả (b, c) của việc gieo con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình có nghiệm.

A. $\frac{19}{36}$

B. $\frac{1}{18}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{17}{36}$

Câu 5: Trên các cạnh AB, BC, CD, DA của hình vuông ABCD lần lượt lấy 1,2,3,4 điểm phân biệt (không trùng với các đỉnh của hình vuông). Hỏi từ 10 điểm đó có thể lập được bao nhiêu tứ giác?

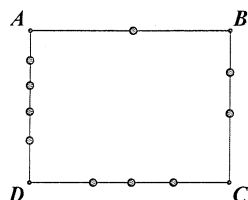
A. 209.

B. 210.

C. 178.

D. 202.

Hướng dẫn



Tổng khả năng xảy ra : C_{10}^4 chúng ta sẽ xét các TH không tạo được tứ giác rồi trừ đi

TH1: 4 điểm cùng thuộc 1 cạnh : 1

TH2: 3 điểm cùng thuộc 1 cạnh, 1 điểm còn lại di động : $C_4^3 \cdot 6 + C_3^3 \cdot 7$

Vậy số tứ giác dựng được là $C_{10}^4 - (1 + C_4^3 \cdot 6 + C_3^3 \cdot 7) = 178$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $C_x^3 + C_{x+1}^4 - \frac{7}{2}C_{x-2}^2 - 2C_x^4 = 0$ là

A. x=8

B. x=5

C. x=7

D. x=6

Hướng dẫn: Các em nhập biểu thức rồi CALC

Câu 7. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của $\left(x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^n$ ($x > 0$) biết rằng n là số tự nhiên thỏa mãn $A_n^2 + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 92$.

A. 820

B. 1120

C. 560

D. 1792

Bước 1: Tìm n $A_n^2 + C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 92$ dùng Table

MODE 7 ALPHA) SHIFT X 2 + ALPHA) SHIFT ÷ (ALPHA) = 1) + ALPHA) SHIFT ÷ (ALPHA)) = 2) = 9 2

f(X)=XP2+XC(X-1▶



Start?



Math

End?



Math

Step?



Math

1

19

1

$$\left| \begin{array}{c} 7 \\ 8 \\ 9 \end{array} \right| \times \left| \begin{array}{c} 7 \\ 8 \\ 9 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} FCH \\ -22 \\ 1 \\ 25 \end{array} \right|$$

0

Cách này các em chỉ cần nhập cho đúng đỡ mất công khai triển.

Bước 2: Tìm hệ số của x^4 tương tự như VD trước

Theo công thức khai triển $C_8^k (x^3)^{8-k} \left(\frac{-2}{x^2}\right)^k$ khai triển này có 2 phần : phần hệ số $C_8^k (-2)^k$ và phần số mũ $(x^3)^{8-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k$

Các em thay $X=10, k=x$ để thay đổi giá trị của k nhé

MODE 7

8 SHIFT ÷ ALPHA) X (= 2) x^8 ALPHA)

$$f(X) = 8CX \times (-2)^X$$

$$\equiv 10 x^8 3 (8 = \text{ALPHA})) \text{Math} \text{Math} \text{Math} 1 \text{Math} 10 x^2$$

$$g(X) = 10^{3(8-X)} \times \left(\frac{1}{10^2} \right)^X$$

0

8

Start?



Math

End?



Math

Step?



Math

1

20

1

1

Cấp Số Cộng – Cấp Số Nhân

Câu 1: Tìm x biết $\frac{1}{x} + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{7}{2}$ và $|x| < 1$

- A. $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ B. $\left\{-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right\}$ C. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ D. $\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right\}$

Hướng dẫn

Các em thấy dãy còn thiếu $x^0 = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + x^0 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{9}{2}$

Các em xét tổng: $\sum_{X=-1}^{\infty} Y^X = \frac{9}{2}$ ở đây các em chỉ cần xét $\sum_{X=-1}^{20} Y^X \approx \frac{9}{2}$ vì $Y^{20} \approx 0, |Y| < 1$

Các em nhập vào máy

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 2: Tính tổng $S(n) = 1.1! + 2.2! + \dots + 2007.2007!$. Khi đó công thức của $S(n) =$

- A. $2007!$ B. $2008!$ C. $2008! - 1$ D. $2007! - 1$

Hướng dẫn: Các em xét $S(7) = 1.1! + \dots + 7.7!$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 3: Cho tổng $S(n) = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$. Khi đó công thức của $S(n)$ là

$$A. S(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad B. S(n) = \frac{n+1}{2} \quad C. S(n) = \frac{n(n-1)(2n+1)}{6} \quad D. S(n) = \frac{n^2(2n+1)}{6}$$

Hướng dẫn

Xét $S(10)$

$$\sum_{x=1}^{10} (x^2) = \frac{10(10+1)(2 \times 10+1)}{6} = 385$$

Vậy các em khoanh A

Giới Hạn – Đạo Hàm

Câu 4: Khi tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x} + 2x}{3 - 4|x|}$ ta được kết quả là một phân số tối giản dạng

$\frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Tính $a + b$?

A. $a + b = 5$

B. $a + b = -1$

C. $a + b = -3$

D. $a + b = 7$

Hướng dẫn

Các em nhập biểu thức rồi CALC tại $X = -10^6$ trị tuyệt đối các em bấm **SHIFT** **(hyp)**

$$\frac{\sqrt{x^2 - x} + 2x}{3 - 4|x|} = 0.2500000625$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{4} \rightarrow a + b = 5 \rightarrow A$$

Câu 5: Cho hàm số $y = x \sin x$. Kết luận nào sau đây đúng:

A. $xy'' - 2(y' + \sin x) + xy = 0$

B. $xy'' + 2(y' - \sin x) + xy = 0$

C. $xy'' - 2(y' - \sin x) + xy = 0$

D. $xy'' - 2(y' - \sin x) - xy = 0$

Hướng dẫn

Chúng ta sẽ tính đạo hàm cấp 1 và cấp 2 tại $X=2$

$$\frac{d}{dx}(X\sin(X))|_{x=2} \rightarrow A$$

0.07700375373

$$\frac{d}{dx}(X\sin(X))|_{x=2} \rightarrow B$$

0.07673865541

$$\frac{B-A}{0.0001} \rightarrow C$$

-2.650983258

$$2\sin(2) \rightarrow Y$$

1.818594854

Vậy là đạo hàm cấp 1 lưu vào A, cấp 2 lưu vào C, y các em lưu vào Y, xét hiệu các đáp án

$$2C-2(A-\sin(2)) \rightarrow$$

-0°0'0.68"

Duy nhất có đáp án C kết quả xấp xỉ 0, nên các em khoanh C

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y = (4x^3 - 2x^2 - 5x)(x^2 - 7x)$

A. $y' = 20x^4 - 120x^3 + 27x^2 + 70x$

B. $y' = 20x^4 - 120x^3 - 27x^2 - 70x$

C. $y' = 20x^4 - 120x^3 - 27x^2 + 70$

D. $y' = 20x^4 - 120x^3 - 27x^2 + 70x$

Hướng dẫn

Các em tính đạo hàm tại $X=10$ rồi xét hiệu với các đáp án

$$\frac{d}{dx}((4X^3 - 2X^2 - 5X)(X^2 - 7X)) \rightarrow$$

83400

Đáp án A

10 \rightarrow X

Math ▲

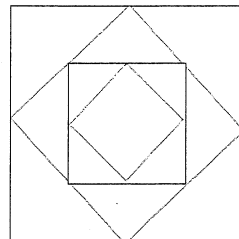
$$20X^4 - 120X^3 + 27X^2$$

10

83400

Vậy khoanh đáp án A.

Câu 7: Hình vuông có cạnh bằng 1, người ta nối trung điểm các cạnh liên tiếp để được một hình vuông nổi lại tiếp tục làm như thế đối với hình vuông mới (như hình bên) Tổng diện tích các hình vuông liên tiếp đó bằng



- A. 8 B. 4 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

Hướng dẫn

Ta thấy hình vuông thứ 2 có cạnh là $(0.5 \cdot 1)\sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ hình thứ 3 là $\left(0.5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{2}$ mỗi lần nó giảm $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ta có hàm tính diện tích hình thứ n là $S(n) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2(n-1)} = 0.5^{n-1}$ vậy

Mình tính 10 hình đầu tiên thôi, từ hình 11 diện tích nó cũng khá bé rồi cộng vào cũng không thay đổi nhiều lắm

$$\sum_{x=1}^{10} (0.5^{x-1})$$

1.998046875

Câu 8: Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{2n^2+n-1} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a+b$.

- A. 5. B. 6. C. 4. D. 3.

Hướng dẫn

$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ sau đó CALC biểu thức tại $X=10^6$

$$\frac{X(X+1) \div 2}{2X^2 + X - 1}$$

0.250000125

Vậy khoanh A.

Câu 9: Cho $\left[(4x-3)\sqrt{2x+1}\right]' = \frac{mx+n}{\sqrt{2x+1}}$. Tính $A = m - n$?

- A. $\left\{\frac{2}{3}\right\}$ B. $\left\{-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right\}$ C. $\left\{\frac{1}{3}\right\}$ D. $\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right\}$

Hướng dẫn

Câu 10: Cho $\left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' = \frac{ax-b}{(4x-1)\sqrt{4x-1}}$. Tính $E = \frac{a}{b}$?

- A. $E = -1$. B. $E = 4$. C. $E = -16$. D. $E = -4$.

Hướng dẫn

Các em xét $X=100$

$$ax-b = \left(\frac{3-2x}{\sqrt{4x-1}}\right)' (4x-1)\sqrt{4x-1}$$

Nhập biểu thức rồi CALC $X=100$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{3-2X}{\sqrt{4X-1}} \right) \Big|_{X=100} = -404$$

$$100a-b = -404 \rightarrow a = -4, b = 4 \rightarrow A$$

Câu 11: Cho $\left[(2x^2-3)\sqrt{x}\right]' = \frac{ax^2-b}{2\sqrt{x}}$. Tính $P = a \cdot b$?

- A. $P = 30$. B. $P = -30$. C. $P = 10$. D. $P = -10$.

Hướng dẫn: Các em làm tương tự như ví dụ trên, khoanh A

Câu 12: Cho $\left(\frac{2x^2-3x+5}{x-3}\right)' = \frac{ax^2-bx+c}{(x-3)^2}$. Tính $S = a+b+c$?

- A. $S = 18$. B. $S = 0$. C. $S = 10$. D. $S = 6$.

Hướng dẫn:

Những dạng này các em tính đạo hàm tại $X=100$ vì khi các em tính tại $X=100$ nó sẽ hiện ra các hệ số của hàm bậc 2 ví dụ như

$$2X^2+3X+4$$

$$20304$$

$$\left(\frac{2x^2-3x+5}{x-3}\right)' = \frac{ax^2-bx+c}{(x-3)^2} \Rightarrow ax^2-bx+c = \left(\frac{2x^2-3x+5}{x-3}\right)'(x-3)^2$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2x^2-3x+5}{x-3}\right)\Big|_{x=100}$$

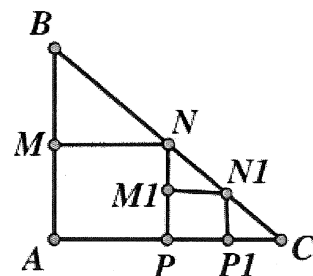
$$18804$$

$\Rightarrow a \cdot 100^2 - b \cdot 100 + c = 18804 \rightarrow a=2, c=4$ các em nhìn ra được ngay a và c , để tìm được b thì ta sẽ mò từ $20 - 12 = 8$ do đó

$$2X^2-12X+4$$

$$18804$$

Câu 13: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = 1$ cm. Dựng hình vuông AMNP có các đỉnh M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác; tiếp tục dựng hình vuông $PM_1N_1P_1$ với $M_1; N_1; P_1$ lần lượt là trung điểm của các đoạn PN, NC, CP... Quá trình cứ tiếp tục như vậy mãi mãi (như hình vẽ). Tính tổng diện tích tất cả các hình vuông thu được.



A. $\frac{4}{3} \text{ cm}^2$.

B. $\frac{3}{16} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{1}{2} \text{ cm}^2$.

D. $\frac{1}{3} \text{ cm}^2$.

Hướng dẫn

Tương tự như bài hình vuông trước, các em cần xây dựng được hàm tính diện tích, ở đây ta thấy cạnh của hình vuông mỗi lần cứ bé đi 1 nửa nên $S(x) = (0.5)^{2n}$

$$\sum_{x=1}^{20} (0.5^{2x})$$

0.3333333333

Các em xét 20 hình đầu thôi là được rồi, ta khoanh D.

Hàm số

Câu 1: Tìm m để hàm số $y = \frac{\sin^3 x - 3\sin^2 x \cos x + (1-m)\sin x \cdot \cos^2 x + \cos^3 x}{\cos^3 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $-2 < m \leq 1$

B. $m \geq 1$

C. $m \leq -2$

D. $m > 0$

Hướng dẫn:

Đầu tiên chúng ta phải dùng Radian : **SHIFT MODE 4**

Sau đó sử dụng $\frac{d}{dx}(\text{biểu_thức})_{x=...}$ và thay $m=Y$

Các em chọn $x=0.1$ rồi **CALC** $Y=m=10$

Vậy đáp án B hoặc D có khả năng đúng vì đúng với $m=10$ để cho chắc chắn thì em tính tại $m=0$, $m=-10$ thì thấy giá trị dương nên loại A và C

CALC **=** **1** **0** **=**

CALC **=** **0** **=**

CALC **=** **-** **1** **0** **=**

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(X)^3 - 3\sin(X)\cos(X)^2}{\cos(X)^3} \right)_{x=0.1} = -9.668166717$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(X)^3 - 3\sin(X)\cos(X)^2}{\cos(X)^3} \right)_{x=0} = 0.4325037466$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(X)^3 - 3\sin(X)\cos(X)^2}{\cos(X)^3} \right)_{x=-0.1} = 10.53317421$$

Xét tiếp tại $m=0.1$ ta được : **CALC** **=** **0** **.** **1** **=**

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin(X)^3 - 3\sin(X)\cos(X)^2}{\cos(X)^3} \right)_{x=0.1} = 0.331497042$$

Vậy các em khoanh đáp án B.

Câu 2: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x-y)^2$ là:

A. $\max P = 8$.

B. $\max P = 12$.

C. $\max P = 16$.

D. $\max P = 4$.

Hướng dẫn:

Chà cồi rút ra y : $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$.

$$\Delta' = y^2 - (3y^2 - 4) = 4 - 2y^2 \geq 0 \rightarrow -\sqrt{2} \leq y \leq \sqrt{2}$$

$$x = -y \pm \sqrt{4 - 2y^2} \text{ vào Table : } F(X) = (-2y - \sqrt{4 - 2y^2})^2; G(X) = (-2y + \sqrt{4 - 2y^2})^2$$

Y	F(X)	G(X)
1.3	11.6556	0.3431
1.4	11.6556	0.3431
1.5	11.6556	0.3431
1.6	11.6556	0.3431
1.7	11.6556	0.3431
1.8	11.6556	0.3431
1.9	11.6556	0.3431
2.0	11.6556	0.3431
2.1	11.6556	0.3431
2.2	11.6556	0.3431
2.3	11.6556	0.3431
2.4	11.6556	0.3431
2.5	11.6556	0.3431
2.6	11.6556	0.3431
2.7	11.6556	0.3431
2.8	11.6556	0.3431
2.9	11.6556	0.3431
3.0	11.6556	0.3431

Vậy khoảng B

Câu 3: Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m+3$ cắt đồ thị $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây:

- A. $(-1;0)$ B. $(0;1)$ C. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3}{2};2\right)$

Hướng dẫn

Câu này các em nên vẽ hình ra sẽ dễ định hình bài toán hơn thì giao điểm ở giữa là trung điểm của 2 điểm còn lại, nên chỉ cần áp dụng vi-et bậc 3 là ra :

$$(3m-1)x + 6m+3 = x^3 - 3x^2 + 1 \rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ \frac{x_1 + x_3}{2} = x_2 \end{cases} \rightarrow x_2 = 1$$

Thay vào phương trình rồi giải tìm m ta được :

$$(3X-1)+6X+3=1-3X^2$$

$$X = -0.333333333$$

$$L-R = 0$$

Vậy khoảng đáp án A.

Câu 4: Cho hàm số $x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là :

A. $\frac{2}{3}$

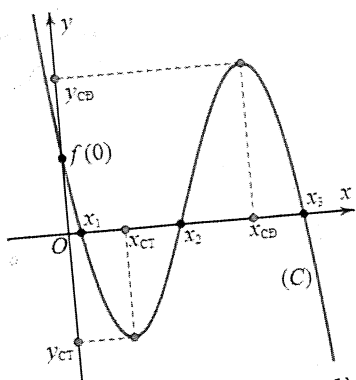
B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

Hướng dẫn

Các em vẽ phác đồ thị dạng bậc 3 ra sẽ thấy :



***Cách 1:** Thay m ở từng đáp án rồi giải phương trình bậc 3 sau đó xét tích phân sau : $\int_{x_1}^{x_3} f(x)dx = 0$

Do 2 phần khi bằng nhau nhưng trái dấu

Các em nên dùng 2 máy, một máy để giải nghiệm, một máy để tính tích phân

***Cách 2:** Các em nhận thấy x_2 là trung điểm của 2 điểm còn lại do đó $x_2 = 1$ tương tự như bài trước thay vào giải phương trình tìm m được :

$$1 - 3 + 3x + x - 1$$

$$x = 0.75$$

$$L - R = 0$$

Vậy khoanh đáp án B.

Câu 5: Tìm tất cả giá trị của m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 3$ nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3.

A. $m > 6$.

B. $m = 9$.

C. $m < 0$ hoặc $m > 6$.

D. $m < 0$.

Hướng dẫn

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 - m \end{cases}$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng có độ dài lớn hơn 3 khi và chỉ khi

$$|2 - m - (-1)| > 3 \Leftrightarrow |3 - m| > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - m > 3 \\ 3 - m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}.$$

Câu 6: Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - (m-3)x + 2017m$ đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(0; 3)$ là đoạn $T = [a; b]$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $a^2 + b^2 = 13$. B. $a^2 + b^2 = 8$. C. $a^2 + b^2 = 10$. D. $a^2 + b^2 = 5$.

Hướng dẫn

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = x^2 - 2(m-1)x - (m-3) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \geq m(2x+1)$

* Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 3) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; 3)$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \geq m, \forall x \in (0; 3) \rightarrow \min f(x) \geq m.$$

2

*Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-3; -1)$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \leq m, \forall x \in (-3; -1) \rightarrow \max f(x) \leq m.$$

- 1

Do đó $m \in [-1; 2] \Rightarrow a^2 + b^2 = 5$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ điểm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận nhỏ nhất.

- A. $M(0;-1)$. B. $M(2;2)$. C. $M(1;-3)$. D. $M(4;3)$.

Hướng dẫn

+Loại B vì làm giá trị hàm không xác định, loại A vì hoành độ không dương bây giờ còn 2 điểm M thì các em tính khoảng cách tới 2 tiệm cận

Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là $d_1: y=1 \Leftrightarrow y-1=0$ tiệm cận đứng là $d_2: x=2 \Leftrightarrow x-2=0$

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0+2}{x_0-2}\right) \in (C), (x_0 \neq 2; x_0 > 0)$, ta có tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là

$$d = d(M, d_1) + d(M, d_2) = \left| \frac{x_0+2}{x_0-2} - 1 \right| + |x_0 - 2|$$

$$\left| \frac{x+2}{x-2} - 1 \right| + |x-2| \quad \text{5} \quad \left| \frac{x+2}{x-2} - 1 \right| + |x-2| \quad \text{4}$$

Vậy chọn C.

Câu 8: Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 1.

- A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=3$. D. $m=0$.

Hướng dẫn

Các em thay từng giá trị m ở các đáp án vào rồi Table , start 1= , end 2=, step 0.1=

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{Table} & \text{F(1)} & \text{F(2)} \\ \hline 1.1 & 1.0476 & 1.0909 \\ \hline \end{array}$$

1

Dễ dàng khoanh được đáp án A.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ thỏa mãn $x_A^2 + x_B^2 = 2$.

- A. $m = 0$. B. $m = \pm 1$. C. $m = \pm 3$. D. $m = 2$.

Hướng dẫn

Các em có thể làm theo kiểu tự luận rồi kết hợp với Solve để tìm nhanh m , cách đơn giản hơn là các em thay từng giá trị của m vào giải phương trình bậc 2 của máy tính rồi xem 2 nghiệm có thỏa mãn không.

Câu 10: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{1+x} = \sqrt{m+x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right]$. B. $m \in [5; 6]$. C. $m \in \left(5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$. D. $m \in \left[5; \frac{23}{4}\right) \cup \{6\}$.

Hướng dẫn

Các dạng toán tương giao như thế này thì các em cứ dùng Table mà chiến thôi, đầu tiên ta xét $\frac{23.5}{4} > \frac{23}{4}$ mà B có còn A,D,C không có với Start -1=, End 2= Step 0.2= do điều kiện của phương trình

Thấy hàm đổi dấu 2 lần là yên tâm có 2 nghiệm phân biệt nhé, vậy khoanh B

Câu 11: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x} - 2x^2}{\sqrt{x+1}}$.

Khi đó giá trị của $M - m$ là:

- A. -2. B. -1. C. 1. D. 2.

Hướng dẫn: Dùng Table chú ý điều kiện $0 \leq x \leq 1$ để chọn start end

1

-1

Vậy khoảng D.

Câu 12: Các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 - 3x + 2$ nghịch biến trên \mathbb{R} và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là

- A. $-1 < m < 0$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $-1 \leq m < 0$. D. $-1 < m \leq 0$.

Hướng dẫn:

Ở đây họ cho sẵn khoảng nghịch biến rồi nên chúng ta không cần thử d/dx mà ở đây đồ thị không có tiếp tuyến song song với trục hoành tức là không tồn tại m để $y' = 0$

Ta sẽ thay $m = 0, m = -1$ $y' = 0$ vào giải phương trình xem có tồn tại x hay không?

Vậy khoảng đáp án D, do $m = -1$ tồn tại x để $y' = 0$

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{mx+1}{x-m}$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1;2]$ bằng -2 . Khi đó giá trị m bằng

- A. $m = 3$. B. $m = 1$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Các em thay từng giá trị của m vào rồi Table

Câu 14: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

- A. $m = 2$. B. $m = \frac{5}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn

Các em nhập :

$$\frac{(Y+1)X-5Y}{2X-Y}$$

$$\frac{(Y+1)X-5Y}{2X-Y} \quad \text{Math} \quad \frac{(Y+1)X-5Y}{2X-Y} \quad \text{Math}$$

$$\frac{(Y+1)X-5Y}{2X-Y} \quad \text{Math} \quad \frac{(Y+1)X-5Y}{2X-Y} \quad \text{Math} \quad 0.999998$$

Vậy các em khoan D

Câu 15: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$. Khi đó tích $m.M$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{10}{3}$.

D. 1.

Hướng dẫn: Table Start -9= , End 9- , step 1=

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{c} 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} & \begin{array}{c} \times \\ -2 \\ -1 \\ 0 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Math} \\ \text{F(x)} \\ 2.3333 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \begin{array}{c} 10 \\ 11 \\ 12 \end{array} & \begin{array}{c} \times \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{Math} \\ \text{F(x)} \\ 0.4285 \\ 1 \end{array}$$

Vậy khoan D.

Câu 16: Cho hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 1$ có đồ thị là (C_m) . Tìm tất cả các giá trị của m để (C_m) có ba điểm cực trị cùng với gốc tọa độ tạo thành bốn đỉnh của một hình thoi.

A. $m=1+\sqrt{2}$ hoặc $m=-1+\sqrt{2}$.

B. Không có giá trị m .

C. $m = 4 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 4 - \sqrt{2}$.

D. $m = 2 + \sqrt{2}$ hoặc $m = 2 - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn: Anh cho thêm đề các em rèn tay

Xét hàm số $y = x^4 - mx^2 + 2m - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 2mx = 2x(2x^2 - m)$

Khi $m > 0: y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2m - 1 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2m}}{2} \Rightarrow y = -\frac{m^2}{4} + 2m - 1 \end{cases}$

Ta có ba điểm cực trị là $A(0; 2m - 1), B\left(\sqrt{\frac{m}{2}}; -\frac{m^2}{4} + 2m - 1\right), C\left(-\sqrt{\frac{m}{2}}; -\frac{m^2}{4} + 2m - 1\right)$ và tam giác ABC cân tại A . Để $OBAC$ là hình thoi khi $H = \left(0; -\frac{m^2}{4} + 2m - 1\right)$ là trung điểm BC cũng là trung điểm của OA . Suy ra $-\frac{m^2}{4} + 2m - 1 = \frac{2m - 1}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = 2 - \sqrt{2} \\ m = 2 + \sqrt{2} \end{cases}$

Câu 17: Đồ thị của các hàm số $y = x^3 + x^2 - 3x - 2$ và $y = x^2 - x - 1$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt M, N, P . Tìm bán kính R của đường tròn đi qua 3 điểm M, N, P .

A. $R = 1$.

B. $R = \frac{3}{2}$.

C. $R = 2$.

D. $R = \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 + x^2 - 3x - 2 = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$.

Toạ độ giao điểm $M(-1; 1), N\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; 0\right), P\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; 0\right)$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle MNP$.

Ta có I thuộc đường trung trực của $NP \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; y\right)$.

$$\text{Lại có } IM = IN \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + y^2 \Leftrightarrow y = 1. \Rightarrow R = IM = \frac{3}{2}.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $M(0; -2)$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm của AB .

A. $(d): y = -x - 2$. B. $(d): y = -2x - 2$. C. $(d): y = -3x - 2$. D. $(d): y = -4x - 2$.

Hướng dẫn

Ta sẽ tìm nhanh Giao điểm của (C) và (d) bằng Solve chứ quy đồng lên giải phương trình bậc 2 ngại lắm

*Đáp án A: Nghiệm xấu khả năng là sai rồi sang đáp án có nghiệm đẹp xét trước

$$\begin{array}{l} \frac{2X+1}{X-1} - (-X-2) \\ X = -3.302775638 \\ L-R = 0 \end{array}$$

*Đáp án B:

*Đáp án C

$$\begin{array}{l} \frac{2X+1}{X-1} - (-2X-2) \\ X = -1.366025404 \\ L-R = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{2X+1}{X-1} - (-3X-2) \\ X = -0.767591879 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Đáp án D

$$\begin{array}{l} \frac{2X+1}{X-1} - (-4X-2) \\ X = -0.5 \\ L-R = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} (X-2) \div (X+0.5) \\ X = 0.5 \\ L-R = 0 \end{array}$$

Vậy đáp án D thỏa mãn rồi ^^

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên \mathbb{R} và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm a, b, c, d (hình sau).

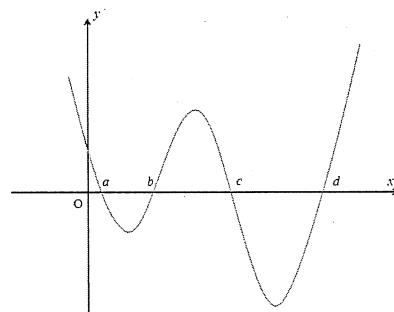
Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $f(a) > f(b) > f(c) > f(d)$.

B. $f(a) > f(c) > f(d) > f(b)$.

C. $f(c) > f(a) > f(d) > f(b)$.

D. $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$.



Hướng dẫn: Các em tham khảo ví dụ phân tích phân

Đo bằng thước cho dễ $a=0.2, b=1.1, c=2.5, d=4.1$

Hàm $f'(x) = (x-0.2)(x-1.1)(x-2.5)(x-4.1)$

Lưu ý là nếu $x \rightarrow +\infty$ mà $y \rightarrow -\infty$ thì ta phải thêm dấu “-” vào $f'(x)$ phân tích phân cũng có ví dụ tương tự đó.

$$f(b) = f(a) + \int_a^b f'(x) dx$$

$$f(c) = f(a) + \int_a^c f'(x) dx$$

$$f(d) = f(a) + \int_a^d f'(x) dx$$

$\int_{0.2}^{1.1} (x-0.2)(x-1.1)(x-2.5)(x-4.1) dx$ -0.7803945	$\int_{0.2}^{2.5} (x-0.2)(x-1.1)(x-2.5)(x-4.1) dx$ 0.8577735	$\int_{0.2}^{4.1} (x-0.2)(x-1.1)(x-2.5)(x-4.1) dx$ -3.8853945
--	---	--

Vậy $f(c) > f(a) > f(b) > f(d)$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + x - 1}{4x^2 + bx + 9}$ có đồ thị (C) (a, b là các hằng số dương, $ab = 4$).

Biết rằng (C) có tiệm cận ngang $y = c$ và có đúng 1 tiệm cận đứng. Tính tổng

$T = 3a + b - 24c$

A. $T = 1$.

B. $T = 4$.

C. $T = 7$.

D. $T = 11$.

Hướng dẫn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{a}{4}$. Tiệm cận ngang $y = c \Rightarrow \frac{a}{4} = c$.

(C) có một tiệm cận đứng nên phương trình $4x^2 + bx + 9 = 0$ có nghiệm kép.

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow b = \pm 12. \text{ Vì } b > 0 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{12}. \text{ Vậy } T = 11.$$

Câu 21: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là

A. $m > 6$.

B. $m = 9$.

C. $m < 0$.

D. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 6 \end{cases}$.

Hướng dẫn

Chọn $m = 10$ xem A, D đúng không

***Cách 1: Dùng Table + đạo hàm tay**

$f(x) = 6x^2 + 54x + 48$

x	f(x)
-8	48
-7	-36

0

Đoạn nghịch biến nó kéo dài từ -8 đến -1 nên thừa sức lớn hơn 3 nhé

Tương tự xét $m = -10$ xem $m < 0$ đúng không?

Cách 2: Nhập cả hàm vào Table rồi quan sát sự tăng giảm

$f(x) = 2x^3 + 27x^2 + 4x$

x	f(x)
-8	2336
-7	2269

2318

x	f(x)
9	2013
10	1994

1994

Vậy ta cũng được kết quả tương tự.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $f(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$. Hãy xác định biểu thức $f(x)$.

A. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

B. $f(x) = x^3 + 1$.

C. $f(x) = x^3 + 3x^2$.

D. $f(x) = x^3 + 3x + 2$.

Hướng dẫn

Mình coi $t = x + 1 = 100 \rightarrow x = 99$

Các em nhập biểu thức rồi CALC 99=

$$x^3 + 3x^2 + 3x + 2$$

$$1000001$$

Đây chính là $f(x+1) = f(99+1) = 100^3 + 1 = (x+1)^3 + 1 = t^3 + 1 = f(t)$

Câu 23: Giả sử đồ thị (C) của hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $M(-1;7), N(5;-7)$. Gọi x_1, x_2, x_3 là hoành độ giao điểm của (C) với trục hoành. Khi đó $x_1 + x_2 + x_3$ bằng ?

Hướng dẫn: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \rightarrow \frac{-2b}{3a} = -1+5 \rightarrow \frac{-b}{a} = 6 = x_1 + x_2 + x_3$

Câu 24: Giá trị m của hàm số $f(x) = m(1 + \sqrt{1+x}) - x$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng 2 là

- A.2 B. $\sqrt{3}$ C.1 D.3

Hướng dẫn

Thay từng giá trị của m vào rồi bấm Table : start 0= , End 3= , Step 0.25=

$$f(X) = (1 + \sqrt{1+X}) - X$$

X	F(X)
0	1.8660254
0.25	1.72471
0.5	1.58342
0.75	1.44213
1	1.30084
1.25	1.15955
1.5	1.01826
1.75	0.87697
2	0.73568
2.25	0.59439
2.5	0.45310
2.75	0.31181
3	0.17052

Câu 25: Tập giá trị của hàm số $y = x + 1 + \sqrt{x^2 + 1}$ là :

- A. $(-\infty;1]$ B. $[1;+\infty)$ C. $(0;+\infty)$ D. $(1;+\infty)$

Hướng dẫn

Các em vào Table: Start -100= , End 100= , Step 10=

$$f(X) = X + 1 + \sqrt{X^2 + 1}$$

X	F(X)
-100	1.004999875
-90	1.0055
-80	1.0062
-70	1.007
-60	1.0078
-50	1.0086
-40	1.0094
-30	1.0102
-20	1.011
-10	1.0118
0	2
10	3.0118
20	4.011
30	5.0102
40	6.0094
50	7.0086
60	8.0078
70	9.007
80	10.0062
90	11.0055
100	12.004999875

Vậy khoanh đáp án D, các em có thể giải thêm $y = x + 1 + \sqrt{x^2 + 1} = 1$ xem có tồn tại x hay không hoặc đánh giá đơn giản $x + \sqrt{x^2 + 1} > x + \sqrt{x^2} \geq x + |x| \geq 0$

Câu 26: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y = m \sin x - n \cos x - 3x$ nghịch biến trên \mathbb{R}

A. $m^3 + n^3 \geq 9$

B. $m^3 + n^3 \leq 9$

C. $m = 2, n = 1$

D. $m^2 + n^2 \leq 9$

Hướng dẫn

Dạng biến thiên trên một khoảng rộng \mathbb{R} như thế này thì các em nên thay các giá trị đặc trưng của tham số rồi dùng Table

Xét đáp án A : $m = 5, n = 1$ với Start -10, End 10= ,

Chúng ta thấy nó không giảm đều do đó đáp án A bị loại

Xét đáp án C: $m = 2, n = 1$

Các em thấy nó giảm đều nên có thỏa mãn nhưng xem đã đủ chưa bằng cách kiểm tra các đáp án khác

B. $m^3 + n^3 \leq 9 \rightarrow m = -10, n = 1$

D. $m^2 + n^2 \leq 9 \rightarrow m = -2, n = 2$

Vậy khoanh D vì đáp án D giảm đều còn B thì tăng

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $2f(x).f''(x) = (f'(x))^2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A.3 B.1 C.2 D.4

Hướng dẫn

Giải nhanh các em chọn $a = c = 0, b = -1 \rightarrow x^3 - x = 0 \rightarrow x = 0, x = \pm 1$

Sau đó Solve phương trình : $2(x^3 - x)(6x) = (3x^2 - 1)^2$

$$\begin{array}{l} 2(X^3 - X)(6X) - (3X^2 - 1)^2 \\ X = -1.467889825 \\ L-R = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2(X^3 - X)(6X) - (3X^2 - 1)^2 \\ X = 1.467889825 \\ L-R = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Can't solve} \\ [AC] : \text{Cancel} \\ [4][\rightarrow] : \text{Goto} \end{array}$$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 28 : Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4$. Gọi m là số nghiệm thực của phương trình $\sqrt{f(f(x) - 2) - 2} = 3 - f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m = 7$ B. $m = 4$ C. $m = 6$ D. $m = 9$

Hướng dẫn

$$\text{Đặt } t = f(x) - 2 \rightarrow \sqrt{f(t) - 2} = 1 - t \leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t^3 - 3t^2 - 3t + 2 = 1 + t^2 - 2t \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} X_1 = 4.181943336 \\ X_2 = 0.4064206546 \\ X_3 = -0.5883639907 \end{array}$$

Loại đi X1 còn X2 và X3 Lưu vào A,B

Vào giải phương trình bậc 3 : xét $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4 = A + 2$

$$\begin{array}{l} X_1 = 3.695162648 \\ X_2 = 0.395435314 \\ X_3 = -1.090597962 \end{array}$$

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 3x + 4 = B + 2$$

$$\begin{array}{ccc}
 X_1 = & \boxed{\text{Math}} \nabla & X_2 = & \boxed{\text{Math}} \nabla \blacktriangle & X_3 = & \boxed{\text{Math}} \blacktriangle \\
 & 3.630012813 & & 0.5862562912 & & -1.216269105
 \end{array}$$

Vậy khoanh đáp án C

Mũ -Logarit

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$

A.30

B.40

C.50

D.60

Hướng dẫn:

Dùng Table: cho $a=1.1$ chạy từ $1.1^2 + 0.01$ tới 3 step 0.1=

MODE 7 (log_ 1 . 1) ALPHA) x^2) x^n 2) + 6 (log_ 1 . 1) ALPHA)

1 . 1)))) ALPHA))))) x^2 =

Math Math
f(X)=(log_{1.1}(X²))² + 6(log_{1.1}(X²))²
1.22 955.95
1.32 137.31
1.42 69.418
60.28421432

Vậy khoanh D

Câu 2: Xét các số thực a, b thỏa mãn $a \geq b > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$ đạt giá trị lớn nhất khi $b = a^k$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $k \in (2; 3)$ B. $k \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$ C. $k \in (-1; 0)$ D. $k \in \left(0; \frac{3}{2}\right)$

Hướng dẫn

Chọn $b=1.1$ sau đó dùng Table kiểm tra xem b bằng bao nhiêu hàm đạt giá trị lớn nhất

MODE 7 1)) log_ 1 . 1 ALPHA)))) +) log_ ALPHA))))

Sart 1.1= End 3= Step 0.1=

Math	Table
1.2	2.213585234
1.3	2.1612
1.4	2.1298

Vậy $b=1.2$ thì hàm gần đạt giá trị lớn nhất

Do đó: $k = \log_a b = \log_{1.2} 1.1 = 0.523 \rightarrow D$

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của $x P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right)^2$ với a, b là các số thực thay đổi

thỏa mãn $\sqrt{b} > a > 1$

A.30 B.40 C.50 D.60

Hướng dẫn: Dùng Table: cho $a=1.1$ chạy từ $1.1^2 + 0.01$ tới 3 step 0.1=

MODE 7 (log) 1 . 1 (ALPHA)) x^2 (ALPHA)) x^2 2 (ALPHA) + 6 (log) (log) (ALPHA))
 (1 . 1 (ALPHA)) (ALPHA)) (ALPHA) 1 . 1 (ALPHA)) x^2 =

Math	Table
1.22	60.28421432
1.32	60.28421432
1.42	60.28421432

Vậy khoảng D

Câu 4: [Chuyên KHTN Lần 5] : Cho $f(x) = \left(x^{1 + \frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_x 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1$. Giá trị của

$f(f(2017))$ bằng ?

A.2000 B.1500 C.2017 D.1017

Hướng dẫn:

Bước 1: Nhập Hàm y xi như tác giả cho

Bước 2: CALC 2 0 1 7 =

Bước 3: CALC Ans =

$$\left| x^{1 + \frac{1}{21094(X)}} + 8 \right|^{2017}$$

Câu 5: Cho $0 < x < y < 1$ đặt $m = \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $m = 4$

B. $m < 1$

C. $m > 4$

D. $m < 2$

Hướng dẫn: Bikiptheluc.com

Các em dùng Table : cho $x = 0.1, y = X$

$$f(X) = \frac{1}{X-0.1} \left(\ln \left(\frac{X}{1-X} \right) \right)$$

$$f(X) = \frac{1}{X-0.1} \left(\ln \left(\frac{X}{1-X} \right) \right)$$

$$0.1111111111$$

$$0.9999999999$$

$$0.1111111111$$

Start?

End?

Step?

0.11

0.99

0.1

Ta được bảng giá trị sau:

X	F(X)
0.11	10.64834804
0.2	7.9299
0.3	6.6528

X	F(X)
0.51	5.4566
0.6	5.1853
0.71	5.069850204

Vậy khoanh C

Câu 6: Phương trình $2017^{\sin x} = \sin x + \sqrt{2 - \cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi; 2017\pi]$

- A. Vô nghiệm B. 2017 C. 2022 D. 2023

Hướng dẫn

Các em vào Table để tìm nghiệm của phương trình trên :

MODE 7 2 0 1 7 x^n sin ALPHA)) ► - sin ALPHA)) - $\sqrt{\square}$ 2 - cos ALPHA))

) x^2

$$f(x) = \sqrt{2 - \cos(x)^2}$$

Chúng ta chỉ nên dùng f(x) thôi bằng cách : SHIFT MODE ▼ 5 1

Start $-\pi =$ End $-\pi =$ Step $\frac{\pi}{12} =$

1 | X | F(X) | Math
2 | -3.141 | -0.634 |
3 | -2.617 | -0.595 |

0

11 | X | F(X) | Math
12 | -0.523 | -0.595 |
13 | -0.261 | -0.634 |

0

24 | X | F(X) | Math
25 | 2.8797 | 5.8749 |
26 | 3.1415 | 1 |

0

Nghiệm của phương trình có dạng: $x = k\pi \in [-5\pi; 2017\pi] \rightarrow 2023$

Câu 7 [Chuyên Thái Nguyên]: Gọi a, b, c là ba số thực khác 0 thay đổi và thỏa mãn điều kiện $3^a = 5^b = 15^{-c}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c)$

- A. $-3 - \log_5 3$ B. -4 C. $-2 - \sqrt{3}$ D. $-2 - \log_3 5$

$3^a = 5^b = 15^{-c} \rightarrow \begin{cases} b = a \log_5 3 \\ c = -a \log_{15} 3 \end{cases}$ vào Table ta được :

16 | X | F(X) | Math
17 | 1.5 | -3.992 |
18 | 1.6 | -3.997 |
19 | 1.7 | -3.997 |
20 | -3.998144483

Vậy khoanh B

Câu 8 [Sở GD Hải Phòng]: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn

$$\log(x+2y) = \log x + \log y. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức } P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}} \cdot e^{\frac{y^2}{1+x}}$$

A. $e^{\frac{1}{2}}$

B. e

C. $e^{\frac{8}{5}}$

D. $e^{\frac{5}{8}}$

Hướng dẫn:

Biến đổi tí : $\log(x+2y) = \log x + \log y \rightarrow x+2y = xy \rightarrow y = \frac{x}{x-2}$

Table : Start 2.1= , End 9= , Step 0.5=

Handwritten solution for Câu 8 showing the derivation of the minimum value of P . The final result is 4.953032424.

Câu 9: Cho $f(x) = a \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + b \sin x + 6$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(\log(\log e)) = 2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln 10))$

A. 10

B. 2

C. 4

D. 8

Hướng dẫn

Chúng ta chỉ có một phương trình duy nhất $f(\log(\log e)) = 2$ mà có tới 2 ẩn a và b do đó ta sẽ chọn 1 ẩn a giá trị tùy ý đơn giản là $a=1$ rồi giải phương trình tìm b , để phương trình đơn giản thì ta lưu $\log(\log e) \rightarrow A$

Handwritten solution for Câu 9 showing the calculation of $\log(\log(e)) \rightarrow A$ and the resulting value -0.3622156887.

$$f(A) = \ln(A + \sqrt{A^2 + 1}) + b \sin A + 6 = 2 \rightarrow b = -\frac{\ln(A + \sqrt{A^2 + 1}) + 4}{\sin A}$$

Các em rút ra như thế này cho dễ hiểu hơn Solve

$$\ln(X+\sqrt{X^2+1}) - \ln\left(\frac{1}{X}\right) = \ln(A+\sqrt{A^2+1}) - \ln\left(\frac{1}{A}\right) = \ln\left(\frac{A+\sqrt{A^2+1}}{1/A}\right) = \ln(A^2 + A\sqrt{A^2+1} + 1)$$

$$\text{CALC} \quad \log_{10} \quad \ln \quad 1 \quad 0 \quad) \quad) \quad = \quad =$$

$$\ln(X+\sqrt{X^2+1}) - \ln\left(\frac{1}{X}\right) = 10$$

Câu 10: Với x, y, z, t là các số tự nhiên đôi một nguyên tố cùng nhau thỏa mãn

$$x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = t. \text{ Tính giá trị của biểu thức } P = x^y + y^z + z^t$$

A. 3130

B. 28

C. 58

D. 57

Hướng dẫn:

$$x \log_{2016} 2 + y \log_{2016} 3 + z \log_{2016} 7 = t \Leftrightarrow \log_{2016} 2^x + \log_{2016} 3^y + \log_{2016} 7^z = t$$

$$\Leftrightarrow \log_{2016} (2^x \cdot 3^y \cdot 7^z) = t \Leftrightarrow 2^x \cdot 3^y \cdot 7^z = 2016^t$$

* $t=1$ các em bấm $\text{2} \quad \text{0} \quad \text{1} \quad \text{6} \quad = \quad \text{SHIFT} \quad \text{>>>}$

$$2016$$

$$2^5 \times 3^2 \times 7$$

Ta được $x=5, y=2, z=1, t=1$ thỏa mãn là số nguyên tố

$$5^2 + 2^1 + 1^1$$

$$28$$

Câu 11: Cho x, y là các số thực dương thỏa $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6}\right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. $\frac{x}{y} = 4.$

B. $\frac{x}{y} = 3.$

C. $\frac{x}{y} = 5.$

D. $\frac{x}{y} = 2.$

Hướng dẫn

$$\log_9 x = \log_6 y \rightarrow y = 6^{\log_9 x} \Rightarrow \log_9 x = \log_4 \left(\frac{x + 6^{\log_9 x}}{6}\right).$$

Chúng ta dùng SOLVE để giải tìm X

$$\log_9(X) - \log_4\left(\frac{X+6\log_9(X)}{6}\right) = 109_9(X) - 109_4\left(\frac{X+6\log_9(X)}{6}\right)$$

$$X = 42.78468556$$

$$L-R = 0$$

Tỉ số cần tìm là

$$\frac{X}{6\log_9(X)}$$

$$2$$

Câu 12 : Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2015}\right) + f\left(\frac{2}{2015}\right) + f\left(\frac{3}{2015}\right) + \dots + f\left(\frac{2013}{2015}\right) + f\left(\frac{2014}{2015}\right)$$

A. 2014.

B. 2015.

C. 1008.

D. 1007.

Hướng dẫn

Sử dụng công thức tính nhanh giá trị trung bình của hàm trên một đoạn

$\overline{f(x)} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ nhân với số lượng các số hạng nữa là ra tổng

$$2014 \times \frac{1}{2014 - 1} = \frac{1}{15} \int_{\frac{1}{2015}}^{\frac{2014}{2015}} \frac{4^x}{4^x + 2} dx$$

$$2014 \times \frac{2014 - 1}{2015 - 2015} = 1007$$

Câu 13: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện $a^2 + b^2 > 1$ và $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a + 4b - 3$ là

A. $\sqrt{10}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{1}{2}\sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Hướng dẫn

Các em biến đổi điều kiện một chút ta được $\begin{cases} \log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1 \\ a^2 + b^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow a+b \geq a^2 + b^2$

Các em lấy $a=1 \rightarrow b \geq b^2 \rightarrow 0 \leq b \leq 1$ các em vào Table Start 0= End 1= Step 0.1=

$$f(X) = 2 + 4X - 3$$

$$X = 0.9 \quad F(X) = 2.5$$

$$3$$

Câu 14: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a > 0, 0 < b < 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất P_{\min} của biểu

$$\text{thức } P = \frac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{2^a + 2b^a}{2b^a}.$$

A. $P_{\min} = \frac{9}{4}$.

B. $P_{\min} = \frac{7}{4}$.

C. $P_{\min} = \frac{13}{4}$.

D. $P_{\min} = 4$.

Hướng dẫn

Casio: Các em chọn $a=1$ rồi dùng Table, Start 0.01= End 1.99= Step 0.1=

Handwritten Casio calculator screen showing the function $f(x) = \frac{(2x)^1}{(2^1 - x^1)^2} + \frac{2^1 + 2x^1}{2x^1}$ and the result 3.25.

Tự Luận : Ta có: $P = \frac{(2b)^a}{(2^a - b^a)^2} + \frac{2^a + 2b^a}{2b^a} = \frac{\left(\frac{2}{b}\right)^a}{\left(\left(\frac{2}{b}\right)^a - 1\right)^2} + \frac{\left(\frac{2}{b}\right)^a + 2}{2}$. Đặt $t = \left(\frac{2}{b}\right)^a, (t > 1)$.

Khi đó: $P = g(t) = \frac{t}{(t-1)^2} + \frac{t+2}{2} (t > 1) \quad g'(t) = \frac{t^3 - 3t^2 + t - 3}{2(t-1)^3}, g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'		-	0	+
y		$+\infty$	$\frac{13}{4}$	$+\infty$

Vậy $P_{\min} = \frac{13}{4}$.

Câu 15: Cho các số thực x, y, z, t, a, b, c thỏa mãn $\frac{\ln x}{a} = \frac{\ln y}{b} = \frac{\ln z}{c} = \ln t$ và $xy = z^2 t^2$.

Tính giá trị $P = a + b - 2c$ bằng

A. 4.

B. $\frac{1}{2}$.

C. -2.

D. 2.

Hướng dẫn:

Casio : Chọn $x = y = 2, a = b = 2 \rightarrow t = e^{\frac{\ln 2}{2}}, z = \sqrt{\frac{xy}{t^2}}, c = \frac{\ln z}{\ln t}$

Vậy $P = a + b - 2c = 2 + 2 - 2 \cdot 1 = 2$

Tự Luận:

$$\frac{\ln x}{a} = \frac{\ln y}{b} = \frac{\ln z}{c} = \ln t \Rightarrow a = \frac{\ln x}{\ln t} = \ln_t x; b = \frac{\ln y}{\ln t} = \ln_t y; c = \frac{\ln z}{\ln t} = \ln_t z$$

$$P = a + b - 2c = \ln_t x + \ln_t y - 2 \ln_t z = \ln_t \left(\frac{xy}{z^2} \right) = \ln_t \left(\frac{z^2 t^2}{z^2} \right) = 2.$$

Câu 16: Tìm m để phương trình $m \ln(1-x) - \ln x = m$ có nghiệm $x \in (0; 1)$

A. $m \in (0; +\infty)$.

B. $m \in (1; e)$.

C. $m \in (-\infty; 0)$.

D. $m \in (-\infty; -1)$.

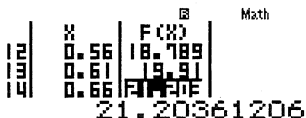
Hướng dẫn

Cách 1: Các em cô lập $m = \frac{\ln x}{\ln(1-x)-1} = f(x)$ rồi xét hàm bằng Table

Vậy các em khoanh đáp án B

Cách 2: Thay từng giá trị m rồi quan sát đổi dấu

Xét $m = -10$

$$f(X) = -10 \ln(1-X) \quad f(X) = 1(X) - (-10)$$


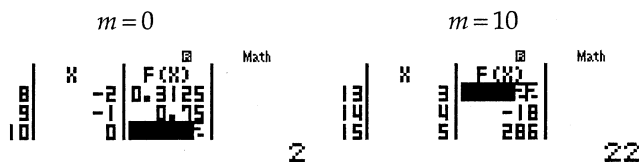
Chúng ta không thấy sự đổi dấu nào cả do đó loại C, D tương tự với $m = 10$ loại A

Câu 17: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + (1-3m)2^x + 2m^2 - m = 0$ có nghiệm.

- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $[0; +\infty)$ D. $(-\infty; 0]$

Hướng dẫn

Các em có thể làm tự luận xét Delta hoặc thay từng giá trị m đặc trưng cho đáp án rồi
Table start -9 = End 9= Step 1=

$$m=0 \quad m=10$$


Vậy khoảng A, do tại $m=0$ hàm không đổi dấu, còn $m=10$ đổi dấu

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(7-3\sqrt{5})^{x^2} + m(7+3\sqrt{5})^{x^2} = 2^{x^2-1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt.


- A. $m < \frac{1}{16}$ B. $0 \leq m < \frac{1}{16}$ C. $-\frac{1}{2} < m \leq \frac{1}{16}$ D. $\begin{cases} -\frac{1}{2} < m \leq 0 \\ m = \frac{1}{16} \end{cases}$

Hướng dẫn


Chúng ta cũng dùng Table, 2 nghiệm phân biệt thì đổi dấu 2 lần,

Start -4=, End 4=, Step 0.5=

Với $m = \frac{1}{16}$ không thấy sự đổi dấu

$$f(X) = \left(\frac{1}{16}\right)(7+3\sqrt{5})$$


Với $m = -10$ cũng không đổi dấu

$$f(X) = X^2 + (-10)$$


Vậy loại C,D,A cuối cùng chọn B

Câu 20: Cho $\log_7 12 = x$, $\log_{12} 24 = y$ và $\log_{54} 168 = \frac{axy+1}{bxy+cx}$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $S = a+2b+3c$.

A. $S = 4$.

B. $S = 19$.

C. $S = 10$.

D. $S = 15$.


Hướng dẫn : $\log_7 12 = x, \log_{12} 24 = y \rightarrow xy = \log_7 24$

$$\log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7 24 + 1}{\log_7 54} = \frac{axy+1}{bxy+cx} \rightarrow a=1$$

$$\text{Ta có: } \log_7 54 = b \log_7 24 + c \log_7 12 \rightarrow c = \frac{\log_7 54 - b \log_7 24}{\log_7 12}$$

(Nhập thôi, đi thi vào Table luôn)

Dùng Table : Start -9= , End 9= , Step 1=

$$f(X) = \frac{(54) - X \log_7 12}{\log_7 12}$$


Vậy $a=1, b=-5, c=8 \rightarrow S=15$

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4\log_4^2 x - 2\log_2 x + 3 - m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$.

- A. $m \in [2; 3]$ B. $m \in [2; 6]$ C. $m \in \left[\frac{11}{4}; 15\right]$ D. $m \in \left[\frac{11}{4}; 9\right]$.

Hướng dẫn

Ở đây dùng Cô lập m xét hàm cho nhanh ^^

Handwritten solution for Câu 21: The function is $f(x) = 4\log_4^2(x) - 2\log_2(x) + 3$. The graph shows the function on the interval $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$. The function is decreasing on this interval, with a minimum value of $\frac{11}{4}$ at $x = \frac{1}{2}$ and a maximum value of 15 at $x = 4$.

Vậy khoanh đáp án B.

Câu 22: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$, trong đó m, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

- A. $S = 135$. B. $S = 24$. C. $S = 22$. D. $S = 32$.

Hướng dẫn

Table lần 1: Tìm Max

Handwritten solution for Câu 22: The function is $y = \frac{\ln^2 x}{x}$. The graph shows the function on the interval $[1; e^3]$. The function is decreasing on this interval, with a maximum value of $\frac{1}{e}$ at $x = e$ and a minimum value of 0 at $x = 1$.

Table lần 2: $0.541 \approx M = \frac{m}{e^n} \rightarrow 0.541e^n = m$ Tìm n nguyên dương để m nguyên dương

Handwritten solution for Câu 22: The function is $y = \frac{\ln^2 x}{x}$. The graph shows the function on the interval $[1; e^3]$. The function is decreasing on this interval, with a maximum value of $\frac{1}{e}$ at $x = e$ and a minimum value of 0 at $x = 1$.

Vậy $n = 2, m = 4 \rightarrow S = 32$

Câu 23: Cho $n > 1$ là một số nguyên. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{\log_2 n!} + \frac{1}{\log_3 n!} + \dots + \frac{1}{\log_n n!}$ bằng

A. 0.

B. n .

C. $n!$.

D. 1.

Hướng dẫn

Các em chọn $n=4$ xem ra KQ bao nhiêu?

$$\frac{1}{\log_2(4!)} + \frac{1}{\log_3(4!)} + \dots + \frac{1}{\log_4(4!)} = 1$$

Vậy khoanh D.

Câu 24: Nếu $\log_2(\log_8 x) = \log_8(\log_2 x)$ thì $(\log_2 x)^2$ bằng

A. 3.

B. $3\sqrt{3}$.

C. 27.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Các em Solve thôi

$$\log_2(\log_8(x)) - 1 = \log_2(x)^2$$

X= 36.66044576
L-R= 0

Câu 25: Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $2^x + 2^y = 4$. Tìm giá trị lớn nhất P_{\max} của biểu thức $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$.

A. $P_{\max} = \frac{27}{2}$.

B. $P_{\max} = 18$.

C. $P_{\max} = 27$.

D. $P_{\max} = 12$.

Hướng dẫn

$$2^x + 2^y = 4 \rightarrow y = \log_2(4 - 2^x) \rightarrow P = [2x^2 + \log_2(4 - 2^x)][2\log_2^2(4 - 2^x) + x] + 9x\log_2(4 - 2^x)$$

Nhập vào Table : Star 0.1= End 2= Step 0.1=

$$f(x) = (2x^2 + \log_2(4 - 2^x))(2\log_2^2(4 - 2^x) + x) + 9x\log_2(4 - 2^x)$$

Câu 26: Trong hệ thập phân, số 2016^{2017} có bao nhiêu chữ số.

A. 2017

B. 2018

C. 6666

D. 6665

Hướng dẫn

Để xem N có bao nhiêu chữ số em chỉ cần lấy phần nguyên của \log_{N+1} là được

$$2017 \log(2016) + 1$$

$$6666.157395$$

Vậy khoanh đáp án C.

Câu 27: Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn hệ thức $3 + \ln \frac{x+y+1}{3xy} = 9xy - 3x - 3y$.

Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $P = xy$.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = \frac{1}{3}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn

Ý tưởng: Các em xét $P = xy = \{A, B, C, D\}$ rồi thế y theo x vào phương trình trên xem có tồn tại x thỏa mãn hay không? Nếu có là đúng còn không là sai

Giá trị m chúng ta thay bằng Y trong máy tính còn $y = \frac{Y}{x}$

Nhập vào máy :

$3 + \ln \left(\frac{x + \frac{Y}{x} + 1}{3xy} \right) - (9xy - 3x - 3y)$

$$3 + \ln \left(\frac{x + \frac{Y}{x} + 1}{3xy} \right) - (9xy - 3x - 3y)$$

$3 + \ln \left(\frac{x + \frac{Y}{x} + 1}{3xy} \right) - (9xy - 3x - 3y)$

$$3 + \ln \left(\frac{x + \frac{Y}{x} + 1}{3xy} \right) - (9xy - 3x - 3y)$$

$$\text{Can't solve}$$

$3 + \ln \left(\frac{x + \frac{Y}{x} + 1}{3xy} \right) - (9xy - 3x - 3y)$

Can't Solve Math

[AC] :Cancel

[4][>]:Goto

Vậy khoanh đáp án A là giá trị nhỏ nhất

Câu 28: Cho x, y, z là 3 số thực khác 0 thỏa mãn $2^x = 5^y = 10^{-z}$ giá trị của biểu thức

$A = xy + yz + zx$ bằng ?

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Hướng dẫn

Giải sử: $2^x = 5^y = 10^{-z} = 2 \rightarrow x = 1(A), y = \log_5 2(B), z = -\log_{10} 2(C)$

AB+BC+CA

0

Câu 29 [Chuyên Vinh lần 4]: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$\log_2 \frac{4^x - 1}{4^x + 1} = m$ có nghiệm

A. $m < 0$ B. $-1 < m < 1$ C. $m \leq -1$ D. $-1 < m < 0$

Hướng dẫn : Table Start 0.1= End 10= Step 0.5=

$f(X) = \log_2 \left(\frac{4^X - 1}{4^X + 1} \right)$

X	F(X)
0.1	-1.165
0.6	-1.345
1.1	-0.638

-0°0'0.02"

Vậy khoanh đáp án A.

Nguyên Hàm – Tích Phân Hay & Khó

Câu 1: Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ trong đó a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính ab

- A. $ab = -5$ B. $ab = \frac{5}{4}$ C. $ab = 12$ D. $ab = 6$

Hướng dẫn:

$$\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx \rightarrow A \quad \frac{1}{3} \left(A + \frac{5}{6} \right) \quad 4 \times 3 \quad \frac{4}{3} \quad 12$$

Câu 2: Cho $0 < a < \frac{\pi}{2}$ và $\int_0^a x \tan x dx = m$. Tính $\int_0^a \left(\frac{x}{\cos x} \right)^2 dx$ theo a và m

- A. $I = a \tan a - 2m$ B. $I = -a^2 \tan a + m$ C. $I = a^2 \tan a - 2m$ D. $I = -a^2 \tan a - m$

Hướng dẫn:

Chọn $a = \frac{\pi}{3}$ sau đó các em xét hiệu

$$\int_0^{\pi/3} x \tan(x) dx \rightarrow A \quad \int_0^{\pi/3} \left(\frac{x}{\cos(x)} \right)^2 dx \rightarrow B \quad B - \left(\left(\frac{\pi}{3} \right)^2 \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{3} \right) \rightarrow 0$$

Câu 3: [Chuyên ĐHSPT – lần 3] : Giải phương trình $\int_0^2 (t - \log_2 x) dt = 2 \log_2 \frac{2}{x}$ (ẩn x)

- A. $x = 1$ B. $x \in \{1; 4\}$ C. $x \in (0; +\infty)$ D. $x \in \{1; 2\}$

Hướng dẫn

Trong máy tính thì mặc định x là biến nên các em sẽ sửa lại là t thành X và x thành Y

$$\int_0^2 (x - \log_2(x)) dx = 2 \log_2\left(\frac{2}{\sqrt{e}}\right)$$

$$\int_0^2 (x - \log_2(x)) dx \approx 0$$

Vậy đáp án C đúng

Câu 4[Chuyên Vinh -3]: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và

$\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$, với a, b, c là các hằng số. Khi đó:

- A. $a+b=2$. B. $a+b=3$. C. $a+b=0$. D. $a+b=1$.

Hướng dẫn:

Ta có $f(x) = (cx+d).e^x$ nên dễ dàng ta có thể tìm c, d như sau :

$$\int_{-100}^0 f'(x) dx = f(0) - f(-100) \approx f(0) = d \quad \int_{-100}^1 f'(x) dx = f(0) - f(-100) \approx f(1) = (c+d)e$$

$$\int_{-100}^0 (x+1)e^x dx \quad \int_{-100}^1 (x+1)e^x dx \approx \int_{-100}^1 (x+1)e^x dx \approx e$$

Vậy $f(x) = x.e^x$ Tương tự với cách tư duy trên tính $a+b$ như sau :

$$\int_{-100}^1 x e^x dx \approx e$$

Vậy khoanh C.

Câu 5: Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}}$ trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thì $a+b+c$ có giá trị là?

- A.3 B.0 C.4 D. 2

Hướng dẫn

Chúng ta để ý một chút : $f(1) = a+b+c$ $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

Do đó : $\int_{0.5}^1 g(x)dx = a+b+c$ tuy nhiên $g(x)$ không xác định $x=0.5$ do đó ta phải xét

$x = 0.5 + \Delta x$ để làm cho tích phân vẫn xác định

$\Rightarrow \int_{0.5+\Delta x}^1 g(x)dx = a+b+c$ các em bấm vào máy như sau :

$$\int_{0.5+10^{-6}}^1 \frac{10x^2-7}{\sqrt{2x-1}} dx = 1.998585785$$

Vậy mình khoanh đáp án là D.2

Câu 6: Hàm số $f(x) = (3x+2)^2$ có một nguyên hàm là $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thỏa mãn $F(-1) = 5$ khi đó $a+b+c+d$ bằng ?

- A.5 B. 13 C.19 D .20

Hướng dẫn

Để ý như bài trước : $f(1) = a+b+c+d$

$$\int_{-1}^1 (3x+2)^2 dx = (a+b+c+d) - f(-1) \Rightarrow a+b+c+d = f(-1) + \int_{-1}^1 (3x+2)^2 dx$$

$$5 + \int_{-1}^1 (3x+2)^2 dx = 19$$

Câu 7: Biết $F(x) = (ax+b) \cdot e^x$ là nguyên hàm của hàm số $y = (2x+3) \cdot e^x$. Khi đó $a+b$ là

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn

Ý tưởng giải nhanh ở đây vẫn như trước : $F(1) = (a+b)e$ $F(-100) = (a+b)e^{-100} \approx 0$

$$\Rightarrow \int_{-100}^1 (2x+3)e^x dx = F(1) - F(-100) \approx (a+b)e \rightarrow a+b = \int_{-100}^1 (2x+3)e^x dx : e$$

$$\int_{-100}^1 (2x+3)e^x dx : e = \int_{-100}^1 (2x+3)e^x dx = 3$$

Vậy khoanh B

Câu 8: Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 e^x$. Tính a, b, c

A. $a=1, b=2, c=-2$

B. $a=2, b=1, c=-2$

C. $a=-2, b=2, c=1$

D. $a=1, b=-2, c=2$

Hướng dẫn

Các em làm tương tự như bài trên :

$$\int_{-100}^1 x^2 e^x dx : e = 1$$

Câu 9 : Biết rằng $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx = a\pi + b + c \ln 2$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) Tính tổng $S = a + b + c$

A. $S=1$

B. $S = \frac{13}{24}$

C. $S = \frac{23}{24}$

D. $S = \frac{7}{24}$

Hướng dẫn:

Các em phải tách ra 1 chút :

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x + \sin x}{\sin x} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos^3 x}{\sin x} + 1 \right) dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx + \frac{\pi}{3} \rightarrow a = \frac{1}{3}$$

Các em tiến hành tính tích phân và vào giải hệ phương trình
$$\begin{cases} b + c \ln 2 = A - \frac{\pi}{3} \\ b + c = \{A, B, C, D\} - \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos(x)^3 + \sin(x)}{\sin(x)} dx = 1.365344732 \quad X = -0.375 \quad Y = 1$$

Vậy khanh đáp án C

Câu 10: Tính tích phân $\int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx$.

A. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{2018}$

B. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}$

C. $\frac{3^{2017} - 2^{2018}}{4034 \cdot 2017}$

D. $\frac{3^{2020} - 2^{2020}}{4040}$

Hướng dẫn: Khi tích phân này đúng với số mũ lớn thì có nghĩa nó có quy luật và đúng với số mũ nhỏ hơn từ đó các em tính số mũ nhỏ hơn và tìm ra nhanh quy luật rồi loại trừ chọn đáp án đúng nhất.

$$\int_1^2 \frac{(x+2)^Y}{x^{Y+2}} dx$$

$$\int_1^2 \frac{(x+2)^Y}{x^{Y+2}} dx$$

$$\text{CALC} \Rightarrow 1 \Rightarrow$$

$$\text{CALC} \Rightarrow 2 \Rightarrow$$

$$\text{CALC} \Rightarrow 3 \Rightarrow$$

$$\int_1^2 \frac{(x+2)^Y}{x^{Y+2}} dx = \frac{5}{4}$$

$$\int_1^2 \frac{(x+2)^Y}{x^{Y+2}} dx = \frac{19}{6}$$

$$\int_1^2 \frac{(x+2)^Y}{x^{Y+2}} dx = \frac{65}{8}$$

Đề ý chú các em thấy Tử là $3^{Y+1} - 2^{Y+1} \rightarrow A, B$, Mẫu $2(Y+1) \rightarrow B$

Vậy khoanh B.

Câu 11: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để bất phương trình sau đây nghiệm

đúng với mọi giá trị thực của x : $\int_0^x \left(\frac{1}{2}t + 2(a+1) \right) dt \geq -1$

- A. $a \in \left[-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2} \right]$. B. $a \in [0; 1]$. C. $a \in [-2; -1]$. D. $a \leq 0$.

Hướng dẫn

Dạng này giải tay cho chuẩn nhé: $\int_0^x \left(\frac{1}{2}t + 2(a+1) \right) dt = \frac{1}{4}t^2 + 2(a+1)t \Big|_0^x = \frac{x^2}{4} + 2(a+1)x \geq -1$

$$\Rightarrow x^2 + 8(a+1)x + 4 \geq 0 \rightarrow \Delta' = 16(a+1)^2 - 4 \leq 0 \rightarrow \frac{-3}{2} \leq a \leq \frac{-1}{2} \rightarrow A$$

Câu 12: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x \cos x dx = \frac{1}{128(n+1)}$. Tìm giá trị của n

- A. $n = 5$ B. $n = 4$ C. $n = 3$ D. $n = 6$

Hướng dẫn

Các em chỉ cần thay $n=Y$ rồi CALC từng đáp án

The screenshot shows a Casio calculator interface. At the top, it says 'M Math M Math'. The main display shows the integral $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(X)^Y \cos(X) dX = \frac{1}{128(Y+1)}$. Below this, there is a row of buttons: 'CALC', 'MATH', '6', and 'MATH'. The screen then shows the integral $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin(X)^Y \cos(X) dX$ with the result '0' at the bottom.

Vậy khoanh đáp án D, Khi Calc thì máy hỏi X các em ấn = để bỏ qua, hỏi Y thì nhập đáp án vào.

Câu 13: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên \mathbb{R} và $\int_0^1 f(x)dx = 2017$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \cdot f(\sin 2x)dx$.

A. $I = \frac{2017}{2}$.

B. $I = -\frac{2017}{2}$.

C. $I = 2017$.

D. $I = -\frac{2}{2017}$.

Hướng dẫn:

Những trường hợp họ cho 1 dữ kiện như thế này các em chỉ việc chọn một hàm thỏa mãn là được, ta sẽ chọn hàm cơ bản là $f(x) = x$ rồi sửa để hàm thỏa mãn thường là nhân thêm hằng số rồi bấm biểu thức cần tính

$$f(x) = 4034x \rightarrow \cos(2x)f(\sin 2x) = \cos(2x) \cdot (4034 \sin 2x)$$

$$\int_0^1 x dx = \frac{1}{2} \quad \int_0^1 2017 \times 2x dx = 2017 \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) \times 2017 dx = \frac{2017}{2}$$

Câu 14: Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$. Tính giá trị biểu thức $S = -2a + b + 3c^2$.

A. $S = -2$.

B. $S = 3$.

C. $S = 0$.

D. $S = 6$.

Hướng dẫn:

$$\int_3^5 \frac{1}{x^2 - x} dx = A = 0.1823215568$$

$$A = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2 \rightarrow e^A = 5^a \cdot 3^b \cdot 2^c$$

$$e^A$$

$$\frac{6}{5}$$

$$5^a \cdot 3^b \cdot 2^c = \frac{6}{5} = 2 \cdot 3 \cdot 5^{-1} \rightarrow a = -1, b = c = 1 \text{ Vậy khoanh D}$$

Câu 15: Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} (2\sqrt{x^2 + 1} + 5)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0) = 6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{125}{16}$.

B. $\frac{126}{16}$.

C. $\frac{123}{16}$.

D. $\frac{127}{16}$.

Hướng dẫn

$$6+ \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}} dx = \frac{125}{16}$$

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = x^2, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn:

$f(x) + f(-x) = x^2 \rightarrow$ Chọn $f(x) = \frac{x^2}{2}$ ở đây mình lấy hàm chẵn để $f(x) = f(-x)$

$$\rightarrow f(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$\int_{-1}^1 \frac{x^2}{2} dx = \frac{1}{3}$$

Câu 17: Tìm $a < 0$ để $\int_a^0 3^{-2x} - 2 \cdot 3^{-x} dx \geq 0$

A. $-1 \leq a < 0$

B. $a \leq -1$.

C. $a \leq -3$.

D. $a = -3$.

Hướng dẫn:

Thay $a=Y$ rồi CALC các giá trị đặc trưng của từng đáp án nhé

$$\int_Y^0 (3^{-2x} - 2 \cdot 3^{-x}) dx$$

CALC \Rightarrow \Rightarrow 1 0 \Rightarrow

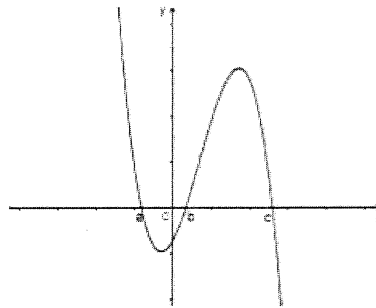
CALC \Rightarrow \Rightarrow 1 \Rightarrow

$$\int_0^1 (3^{-2x} - 2 \times 3^{-x}) dx = 0$$

Vậy khoanh B.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng:

- A. $f(c) > f(a) > f(b)$
- B. $f(c) > f(b) > f(a)$
- C. $f(a) > f(b) > f(c)$
- D. $f(b) > f(a) > f(c)$



Hướng dẫn :

Chúng ta áng nghiệm của $f'(x) \rightarrow a = x_1 = -0.8, b = x_2 = 0.3, c = x_3 = 2.6$

Để ý là khi x âm thì y dương do đó $f'(x) = -(x+0.8)(x-0.3)(x-2.6)$

Ta có: $f(b) = f(a) + \int_a^b f'(x) dx$ $f(c) = f(a) + \int_a^c f'(x) dx$

$$\int_{-0.8}^{0.3} -(x+0.8)(x-0.3)(x-2.6) dx = -0.632225$$

$$\int_{-0.8}^{2.6} -(x+0.8)(x-0.3)(x-2.6) dx = 3.9304$$

Vậy chúng ta khoanh đáp án A.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $f(2)=16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x.f'(2x) dx$

- A. 13
- B. 12
- C. 20
- D. 7

Hướng dẫn:

Các em đơn giản hóa như sau: mình có 2 dữ kiện $f(2)=16$, $\int_0^2 f(x)dx=4$ mình sẽ chọn hàm bậc nhất vì nó có 2 ẩn rồi tìm ra hàm thỏa mãn cả 2 điều kiện trên

$$\begin{cases} f(2)=16 \\ \int_0^2 (ax+b)dx=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=16 \\ \frac{ax^2}{2}+bx \Big|_0^2=4 \end{cases} \rightarrow \text{vào giải phương trình bậc nhất}$$

X=

Math ▼

Y=

Math ▲

14

-12

$$\rightarrow f(x)=14x-12 \rightarrow f'(x)=14 \rightarrow f'(2x)=14$$

Sau đó chỉ việc bấm máy đúng biểu thức cần tính

$$\int_0^1 X \times (14) dx$$

Math ▲

7

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx=4$ và

$$\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1} dx=2$$
 . Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)dx$

A. 6

B. 2

C. 3

D. 1

Hướng dẫn

$$\text{Tự Luận : Đặt } t=\tan x \rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)dx=4=\int_0^1 \frac{f(t)}{t^2+1}dt=\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx$$

$$I=\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}dx+\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}dx=6 \quad \text{Vậy khoanh đáp án A}$$

Câu 21: Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(2-x)} dx = a \cdot \ln|x-1| + b \cdot \ln|x-2| + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

A. $a+b=1$.

B. $a+b=5$.

C. $a+b=-1$.

D. $a+b=-5$.

Hướng dẫn :

Các em thay cận 4 và 5 (chọn khoảng cận không chứa giá trị làm cho hàm không xác

định) rồi tính lưu vào A thay số giải hệ : $\begin{cases} a \ln \frac{4}{3} + b \ln \frac{3}{2} = A \\ a+b = \{A, B, C, D\} \end{cases}$

Vậy khoanh C.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $f^2(x) \cdot f'(x) = 1+2x+3x^2$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là:

A. $\min_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{2}, \max_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$.

B. $\min_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}, \max_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{40}$.

C. $\min_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{-2}, \max_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$.

D. $\min_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{2}, \max_{x \in [-1;2]} f(x) = \sqrt[3]{43}$.

Hướng dẫn giải.

Xét $\int f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int (1+2x+3x^2) dx \Rightarrow \frac{f^3(x)}{3} = x+x^2+x^3 + C$ (C là hằng số)

Do $f(0)=1$ nên $C = \frac{1}{3}$. Vậy $f(x) = \sqrt[3]{3x^3+3x^2+3x+1}$ với $x \in [-1;2]$. Khoanh C

Câu 23: Tích phân $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2016}}{e^x + 1} dx$ có giá trị là:

A. 0.

B. $\frac{2^{2018}}{2017}$.

C. $\frac{2^{2017}}{2017}$.

D. $\frac{2^{2018}}{2018}$.

Hướng dẫn

Cứ đúng với số mũ lớn là nó có quy luật lặp đi lặp lại nên ta sẽ thử các số bé để thấy quy luật

$$\int_{-2}^2 \frac{x^{10}}{e^x + 1} dx = \frac{2048}{11}$$

Quy luật là: $\frac{2^{n+1}}{n+1}$ Vậy khoanh đáp C

Câu 24: Giả sử $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là số nguyên. Khi đó giá trị $a - b$ là

A. -17.

B. 5.

C. -5.

D. 17.

Hướng dẫn

Các em giải hệ như các bài trước:

$$\int_1^{64} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx = A \quad X = \quad Y = \quad$$

8.567209352 6.000000001 11

Câu 25: Cho số phức $z = m - 2 + (m^2 - 1)i$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi (C) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng tọa độ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và Ox .

A. 1.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{32}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi $M(x, y), (x, y \in \mathbb{R})$ là điểm biểu diễn số phức z .

Ta có: $\begin{cases} x = m - 2 \\ y = m^2 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = x + 2 \\ y = (x + 2)^2 - 1 \end{cases} \quad (C) \cap Ox \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow S = \int_{-3}^{-1} (x^2 + 4x + 3) dx = \frac{3}{4}$

Câu 26: Với a, b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b (3x^2 + 2ax + 1) dx$ bằng

A. $3b^2 + 2ab$.

B. $b^3 + b^2a + b$.

C. $b^3 + b$.

D. $a + 2$.

Hướng dẫn

Chọn $b=1, a=2$

$$\int_0^1 (3x^2 + 4x + 1) dx = 1^3 + 1^2 \times 2 + 1 = 4$$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và

$\int_0^{\pi/2} f(\sin x) \cos x dx = 2$. Tích phân $I = \int_0^3 f(x) dx$ bằng

A. $I = 2$.

B. $I = 6$.

C. $I = 4$.

D. $I = 10$.

Hướng dẫn

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2 \int_1^3 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(t) dt = 2.$$

$$\text{Đặt } t = \sin x; x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dt = \cos x dx \Rightarrow \int_0^{\pi/2} f(\sin x) \cos x dx = \int_0^1 f(t) dt = 2.$$

$$I = \int_0^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = 2 + 2 = 4.$$

Câu 28: Để hàm số $f(x) = a \sin \pi x + b$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì a, b nhận giá trị:

A. $a = \pi, b = 0$.

B. $a = \pi, b = 2$.

C. $a = 2\pi, b = 2$.

D. $a = 2\pi, b = 3$.

Hướng dẫn

Các em thay a, b ở các đáp án vào tính $f(1) = 2 \rightarrow B, C$

$$\frac{\pi \sin(\pi) + 2}{2} = \frac{2\pi \sin(\pi) + 2}{2} \Rightarrow \int_0^1 (\pi \sin(\pi x) + 2) dx = 4$$

Câu 29: Giả sử $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$; $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a.b$.

A. $P = 8$.

B. $P = -6$.

C. $P = -4$.

D. $P = -5$.

Hướng dẫn :

Cách 1:

Tính tích phân lưu vào A rồi tiến hành e^ lên

$$\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx \rightarrow A \quad e^A \quad \frac{25}{27}$$

Do đó được $5^2 \cdot 3^{-3} \rightarrow a=2, b=-3 \rightarrow B$

Cách 2 các em rút b theo a :

$A = a \ln 5 + b \ln 3 \rightarrow b = \frac{A - a \ln 5}{\ln 3}$ rồi sử dụng đáp án $ab = \{A, B, C, D\}$ rồi solve

$$X \times \frac{A - X \ln(5)}{\ln(3)} + b$$

SHIFT CALC

$$X \times \frac{A - X \ln(5)}{\ln(3)} + b$$

$$X = 2$$

$$L-R = 0$$

Câu 30: Cho hàm số $f(x) = (2x-3)e^x$. Nếu $F(x) = (mx+n)e^x$ ($m, n \in \mathbb{R}$) là một nguyên hàm của $f(x)$ thì hiệu $m-n$ bằng

A. 7.

B. 3.

C. 1.

D. 6.

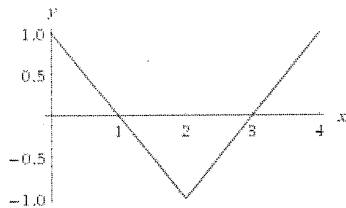
Hướng dẫn: câu này các em giải nhanh như các ví dụ trước:

$$\text{Để ý: } f(-1) = (-m+n)e^{-1} \rightarrow n-m \approx \int_{-100}^{-1} f(x) dx : e^{-1}$$

$$\int_{-100}^{-1} (2x-3)e^x dx \rightarrow (2x-3)e^x + e^{-1} \rightarrow \int_{-100}^{-1} (2x-3)e^x dx \rightarrow -7$$

Vậy khoanh đáp án A

Câu 31: Cho đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ, trong các giá trị $f(0), f(1), f(2), f(3)$ số nào có giá trị lớn nhất



A. $f(0)$

B. $f(1)$

C. $f(2)$

D. $f(3)$

Hướng dẫn

Ở đây các em nhận dạng được nó là dạng đồ thị của hàm chứa dấu giá trị tuyệt đối và cụ thể là hàm $y = f'(x) = |x - 2| - 1$. Từ đó ta có :

$$f(1) = f(0) + \int_0^1 f'(x) dx = f(0) + 0.5 \quad f(2) = f(0) + \int_0^2 f'(x) dx = f(0) + 0$$

$$f(3) = f(0) + \int_0^3 f'(x) dx = f(0) - 0.5 \text{ Vậy khoảng B}$$

Câu 32: Tính tích phân $I = \int_0^5 x^3 2^{x^4} dx$

A. $I = (2^{625} - 1) \ln 16$ B. $I = \frac{2^{625} - 1}{\ln 16}$ C. $\frac{2^{625} - 1}{\ln 2}$ D. $\frac{2^{625} - 1}{16}$

Hướng dẫn : Khoảng đáp án B

$$\int_0^1 x^3 \times 2^{x^4} dx \quad \frac{(2^1 - 1)}{\ln(16)} \quad 0.3606737602 \quad 0.3606737602$$

$$\int_0^2 x^3 \times 2^{x^4} dx \quad \frac{(2^4 - 1)}{\ln(16)} \quad 23636.75488 \quad 23636.75488$$

Câu 33: Biết $\int_0^2 e^x(2x+e^x)dx = a.e^4 + b.e^2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 2$.

B. $S = -4$.

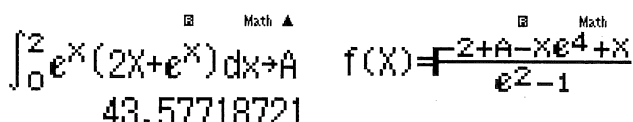
C. $S = -2$.

D. $S = 4$.

Hướng dẫn

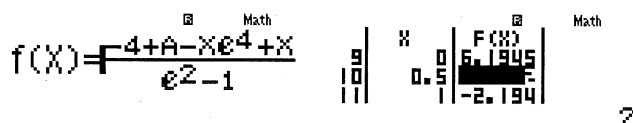
Xét đáp án A: $S = a+b+c = 2 \rightarrow c = 2-a-b$

$$A = a.e^4 + b.e^2 + c = a.e^4 + b.e^2 + (2-a-b) \rightarrow b = \frac{-2+A-ae^4+a}{e^2-1}$$



Calculator screen showing the integral calculation: $\int_0^2 e^x(2x+e^x)dx \rightarrow A$ with result 43.57718721. Below it, the formula $f(X) = \frac{2+A-Xe^4+X}{e^2-1}$ is displayed.

Sau đó xem các giá trị đẹp, không đẹp thì các em thay số -2 thành các số khác ở các đáp án



Calculator screen showing the formula $f(X) = \frac{4+A-Xe^4+X}{e^2-1}$ and the result for X=2: 2.

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 34 : Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho $n \ln n - \int_1^n \ln x dx$ có giá trị không vượt quá 2017?

A. 2017.

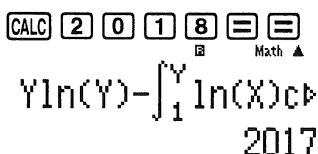
B. 2018.

C. 4034.

D. 4036.

Hướng dẫn:

Các em thay $n=Y$ rồi nhập vào máy CALC từng đáp án nhé



Calculator screen showing the formula $Y \ln(Y) - \int_1^Y \ln(X) dx$ and the result 2017.

Câu 35: Cho biết $\int_1^2 \ln(9-x^2) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + c$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = |a| + |b| + |c|$.

- A. $S = 34$. B. $S = 13$. C. $S = 18$. D. $S = 26$.

Hướng dẫn

Dạng này các em tính tích phân rồi e^A lên rồi có thể dùng Table dò không thì thay lần lượt từng số

Handwritten solution for Câu 35: The integral $\int_1^2 \ln(9-x^2) dx$ is calculated to be 1.888306479. This value is then used to find the sum of absolute values of coefficients a, b, c in the expression $a \ln 5 + b \ln 2 + c$. The final result is $S = 13$.

Vậy: $e^A = 5^a \cdot 2^b \cdot e^c \rightarrow e^A : e^c = 5^a \cdot 2^b \rightarrow c = -2, a = 5, b = -6 \rightarrow S = 13$

Câu 36: Tính tích phân $\int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4+x^2-3}{x^4+1} dx = \frac{\sqrt{2}}{8} (a\sqrt{3}+b+c\pi) + 4$ với a, b, c là các số nguyên. Khi đó biểu thức $a+b^2+c^4$ có giá trị bằng:

- A. 20 B. 241 C. 196 D. 48

Hướng dẫn

Lưu tích phân vào A rồi tính biểu thức $a\sqrt{3}+b+c\pi$

Handwritten solution for Câu 36: The integral $\int_1^{\sqrt{6}+\sqrt{2}} \frac{-4x^4+x^2-3}{x^4+1} dx$ is calculated to be -3.172046243. This value is then used to find the sum of absolute values of coefficients a, b, c in the expression $a\sqrt{3}+b+c\pi$. The final result is $a+b^2+c^4 = 241$.

Ở đây a, b, c là các số nguyên nên các em có thể yên tâm chọn c rồi vào Table dò

$$f(x) = \frac{8 - (1) \pi - x}{\sqrt{3}}$$

X	F(X)
-17	-15.42
-16	-16.57

-16

Tuy nhiên theo thói quen mình thường dó từ -9 đến 9 và step là 1 sẽ không ra được vì $a=b=-16$ nên các em cần cẩn trọng khi giá trị biểu thức to thì a,b,c cũng to theo.

Câu 37: Có bao nhiêu số $a \in (0; 20\pi)$ sao cho $\int_0^a \sin^5 x \sin 2x dx = \frac{2}{7}$.

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 10.

Hướng dẫn :

Ta tính một số trường hợp đặc biệt và được $a = \frac{\pi}{2}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x)^5 \sin(x) dx = \frac{2}{7}$$

Chúng ta thấy hàm tuần hoàn với chu kì 2π : $\sin^5(x+2\pi) \sin(2x+2\pi) = \sin^5 x \sin 2x$

Các em có thể xem tuần hoàn với chu kì π không bằng cách tính $a = \frac{\pi}{2} + \pi$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2} + \pi} \sin(x)^5 \sin(x) dx = -\frac{2}{7}$$

Vậy : $a = \frac{\pi}{2} + k2\pi \in (0; 20\pi) \rightarrow k = 0, 1, \dots, 9$ Vậy có 10 giá trị

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị của a trong đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; 2\pi\right]$ thỏa mãn $\int_0^a \frac{\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx = \frac{2}{3}$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn

Chúng ta lại thử một vài giá trị a đẹp thấy có trường hợp này được còn đa phần lỗi do làm cái mẫu biểu thức trong dấu tích phân không xác định

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{\sqrt{1+3\cos(x)}} dx \rightarrow 0.6666666667$$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[0; 2017)$ của m để $\int_0^m \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx \neq 0$

A.16

B.8

C.1008

D.1009

Hướng dẫn

$$\begin{aligned} \int_0^0 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx &= 0 & \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx &= 0.6366197724 & \int_0^2 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx &= 0 \\ \int_0^3 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx &= -0.6366197724 & \int_0^4 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx &= 0 & \int_0^5 \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) dx &= 0.6366197724 \end{aligned}$$

Cứ số chẵn là giá trị tích phân ra âm do đó ta sẽ khoanh 1008.

Câu 40[Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa lần 3]: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn

$f(x) \cdot f'(x) = 3x^5 + 6x^2$ Biết $f(0) = 2$ Tính $f^2(2)$

A. $f^2(2) = 144$ B. $f^2(2) = 100$ C. $f^2(2) = 64$

D. $f^2(2) = 81$

Hướng dẫn

Trong sách có hướng dẫn rồi đó nhé :

$$\int f(x) \cdot f'(x) dx = \int f(x) d(f(x)) = \frac{f^2(x)}{2} + C$$

$$\rightarrow \int_0^2 f(x) \cdot f'(x) dx = \frac{f^2(2) - f^2(0)}{2} \rightarrow f^2(2) = 2 \int_0^2 f(x) \cdot f'(x) dx + f^2(0)$$

$$\rightarrow \int_0^2 (3x^5 + 6x^2) dx = \left(\frac{3}{6} x^6 + 2x^3 \right) \Big|_0^2 = (3x^5 + 6x^2) dx + 4 \quad 2 \int_0^2 (3x^5 + 6x^2) dx = 100$$

Câu 41: Gọi $F(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5)e^x \quad \text{Tính } a^2 + b^2 + c^2 + d^2$$

- A. 244 B. 247 C. 245 D. 246

Hướng dẫn

$$\int_{-100}^{100} f(x) dx = F(100) - F(-100) \approx F(100) = (a100^3 + b100^2 + c.100 + d)e^{100}$$

$$\Rightarrow a100^3 + b100^2 + c.100 + d = \int_{-100}^{100} f(x) dx : e^{100}$$

$$\int_{-100}^{100} (2x^3 + 9x^2 - 2x + 5) e^x dx = 2029213 \quad 246$$

Câu 42 [Chuyên Vinh lần 4]: Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}, \forall x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $1 < f(5) < 2$ B. $4 < f(5) < 5$ C. $2 < f(5) < 3$ D. $3 < f(5) < 4$

Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx = \int_1^5 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| \Big|_1^5 = \ln \left| \frac{f(5)}{f(1)} \right|$$

$$\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx \rightarrow A \quad \frac{4}{3} \quad 3.793667895$$

Vậy khoảng đáp án D

Các em vui lòng truy cập vào <http://bikiphtheluc.com/sach> để cập nhật thêm các kĩ năng và bài tập mới

Chỉ mua sách gốc của Nguyễn Thế Lực - <https://www.facebook.com/Ad.theluc> thì mới được cập nhật nửa cuốn còn lại và hỗ trợ tới lúc thi và học khóa LiveStream 7 ngày cuối định hướng các dạng bài thi.

Bikiphtheluc.com - Luyenthipro.vn - 0977.543.462

Địa chỉ: Số 5 ngõ 4C đường Văn Ngữ, Đống Đa, Hà Nội

Số Phức

I. Các dạng toán liên quan tới tính toán số phức

Câu 1: [Chuyên Biên Hòa – Hà Nam] Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện

$$|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1 \text{ và } z_1 + z_2 + z_3 = 0. \text{ Tính } A = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$$

A. 1

B. 0

C. -1

D. $1+i$

Hướng dẫn

$$\text{Chọn : } z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_3 = -1$$

Bấm máy ta được:

$$\left(0.5 + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + \left(0.5 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^2 + (-1)^2 = 0$$

Câu 2: Cho số phức z, w khác 0 sao cho $|z-w| = 2|z| = |w|$. Phần thực của số phức $u = \frac{z}{w}$ là:

A. $a = -\frac{1}{8}$.

B. $a = \frac{1}{4}$.

C. $a = 1$.

D. $a = \frac{1}{8}$.

Hướng dẫn

Bài này có 4 biến mà có 2 phương trình từ đó suy ra là chúng liên hệ với nhau theo 1 mối quan hệ chứ không phải là 1 số cụ thể.

Chọn $z=1 \rightarrow |1-w|=|w|=2$ ta có phương trình nhập luôn vào máy :

$$(1-x)^2 + (4-x^2) = 4$$

$$\begin{aligned} (1-x)^2 + (4-x^2) - 4 \\ x = 0.5 \\ L-R = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{0.5 + \sqrt{4-0.5^2}i}$$

$$\frac{0.5 + \sqrt{4-0.5^2}i}{\frac{1}{8} - \frac{\sqrt{15}}{8}i}$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 3. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của các số phức $w=(3+4i)z-3i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=\sqrt{5}$.

B. $r=5$.

C. $r=\sqrt{10}$.

D. $r=25$.

Hướng dẫn:

Các em biến đổi đơn giản như sau: $w=(3+4i)z-3i \Leftrightarrow w+3i=(3+4i)z$ lấy module 2 vế ta được: $|w+3i|=|3+4i||z|=25$ vậy tập hợp biểu diễn w là đường tròn tâm $(0;-3)$ và bán kính là 25

Câu 4: Nếu số phức $z \neq 3$ thỏa mãn $|z|=3$ thì phần thực của $\frac{1}{3-z}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{6}$

C. 6

D. 3

Hướng dẫn

Ở đây bài toán đúng với mọi số $z \neq 3$ thỏa mãn $|z|=3$ nên các em chỉ cần chọn một số z bất kì thỏa mãn là được chúng ta chọn là $3i$

CMPLX ☒ Math ▲

$$\frac{1}{3-3i}$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6}i$$

Vậy khoanh đáp án B

Câu 5: Gọi (C) là đường tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa điều kiện $|z+1|=|z-2i|$ Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C) trục hoành và đường thẳng $x=-1$

A. $\frac{13}{16}$

B. $\frac{15}{16}$

C. $\frac{17}{16}$

D. $\frac{25}{16}$

Hướng dẫn

Các em CACL nhanh ra đường thẳng : $|z+1|^2 - |z-2i|^2$

(Các em xem giải thích ở Câu 2 Max-Min phía dưới)

CACL 0=

CALC i=

CALC 1=

$$\begin{array}{c} \text{CMPLX} \quad \text{Math} \quad \blacktriangle \\ |X+1|^2 - |X-2i|^2 \\ -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{CMPLX} \quad \text{Math} \quad \blacktriangle \\ |X+1|^2 - |X-2i|^2 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{CMPLX} \quad \text{Math} \quad \blacktriangle \\ |X+1|^2 - |X-2i|^2 \\ -1 \end{array}$$

Vậy phương trình là: $2x+4y-3=0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$ tìm giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung (các em nên vẽ hình ra)

$$\begin{array}{c} \text{Math} \quad \blacktriangle \\ \int_{-1}^{0.75} -0.5X + 0.75 \\ \frac{25}{16} \end{array}$$

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 6: Nếu hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $z_1, z_2 \neq 1$ thì số phức $w = \frac{z_1+z_2}{1+z_1z_2}$ có phần ảo

A. bằng 1

B. bằng -1

C. bằng 0

D. lớn hơn 1

Hướng dẫn:

Làm tương tự như câu 1 thì các em chọn $z_1=1, z_2=i$ không thích các em có thể chọn :

$$-1, -i, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i; \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{1}{2}i, \dots$$

$$\begin{array}{c} \text{CMPLX} \quad \text{Math} \quad \blacktriangle \\ \frac{1+i}{1+i} \\ 1 \end{array}$$

Vậy khoanh đáp án A.

Câu 7: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$. Khi đó $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn

Tương tự như ví dụ trên : $z_1 = 1, z_2 = i$

$$|1+i|^2 + |1-i|^2 = 4$$

Câu 8: Nếu z là số phức thực sự và thỏa mãn $\frac{1}{|z|-z}$ có phần thực bằng 4 thì môđun của số phức z là:

A. $|z| = \frac{1}{4}$

B. $|z| = \frac{1}{8}$

C. $|z| = 4$

D. $|z| = \frac{1}{16}$

Hướng dẫn

Các em chọn bừa 1 số phức có phần thực là 4 rồi tìm $z: \frac{1}{|z|-z} = 4+i \Leftrightarrow |z|-z = \frac{1}{4+i}$

Đến đây em có thể gọi $z = a+bi$ rồi tiến hành giải phương trình hoặc dùng Newton-Raphson (anh bấm vài lần = rồi lấy sấp xỉ thôi xem thêm ở phần phương trình phức)

$$X = X - \frac{f(X)}{f'(X)} = X - \frac{4+i}{-1} = -0.1102940504 + 1i$$

$$|X| = 0.1249999407$$

Câu 9: Cho số phức $z \neq 0$ sao cho z không phải là số thực và $w = \frac{z}{1+z^2}$ là số thực.

Tính $\frac{|z|}{1+|z|^2}$

A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. $\frac{1}{3}$

Hướng dẫn :

Chọn : $w = \frac{z}{1+z^2} = 1 \rightarrow z^2 + 1 - z = 0$

$$\sum_{i=1}^M \mathbf{x}_i = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \mathbf{i}$$

Các em ấn **SHIFT** **RCL** **)** để lưu vào X xong vào luôn **MODE** **2**

$$\frac{|x|}{1+|x|^2}$$

Vậy khoanh đáp án B

II. Phương trình số phức

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $11z^{10} + 10iz^9 + 10iz - 11 = 0$. Tính modun của số phức

A. $|z|=10$ B. $|z|=1$ C. $|z|=11$ D. $|z|=\sqrt{221}$

Hướng dẫn

Để cho nhanh thì các em thay X thành Ans luôn, thuật toán Newton-Raphson khá đơn

giả xuất phát từ : $f'(x) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ nếu coi x_2 là nghiệm thì $f(x_2) = 0$

Do đó $x_2 - x_1 = \frac{-f(x_1)}{f'(x)} \Leftrightarrow x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x)}$ khi nhập vào máy thì các em có 2 cách

$$X = X - \frac{f(X)}{f'(X)} \quad \text{hoặc} \quad Ans = \frac{f(Ans)}{f'(Ans)} \quad \text{để giảm 1 phép gán đi}$$

Lưu ý chúng ta coi $i, |z|, |z|^2$ như là 1 số cụ thể nào đó còn z là biến các em nên đưa phương trình về dạng đa thức rồi mới áp dụng và CACL $1+i$ bằng tới khi kết quả không đổi thì đó chính là nghiệm. Trong nhiều trường hợp để tiết kiệm thời gian ta chỉ bấm bằng tới khi nó không còn thay đổi nữa là lấy luôn gần đúng.

Ứng dụng cho bài này : vào CMPLX

Ans (-) 1 1 Ans (x^n) 1 0 \rightarrow + 1 0 ENG Ans (x^n) 9 \rightarrow + 1 0 ENG Ans (-) 1 1 ∇ 1 1 0 Ans (x^n) x^9 \rightarrow + 9 0 ENG Ans (x^n) 8 \rightarrow + 1 0 ENG

1 **+** **ENG** **=** tới khi kết quả không thay đổi

$$\text{Ans} - \frac{11\text{Ans}^{10} + 10i}{110\text{Ans}^9 + 1} \quad | \text{Ans} |$$

Câu 2. Cho các số phức $z_1 \neq 0, z_2 \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $\frac{2}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{1}{z_1 + z_2}$. Tính giá trị

biểu thức $P = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| + \left| \frac{z_2}{z_1} \right|$

A. $P = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $P = \sqrt{2}$ C. $P = 2$ D. $P = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn:

Các em chọn $z_2 = i$ các em sẽ dùng thuật toán Newton – Raphson để nghiệm z_1

Theo công thức : $X = X - \frac{f(X)}{f'(X)}$ nhập vào máy tính như sau:

MODE **2**

ALPHA **1** ALPHA **CALC** ALPHA **1** **=** **2** **▼** ALPHA **1** **▶** **+** **1** **▼** **ENG** **▶** **=** **1**

▼ ALPHA **1** **+** **ENG** **▼** **=** **2** **▼** ALPHA **1** **x²** **▶** **+** **1** **▼** **(** ALPHA **1** **)** **+** **ENG**

1 **x²**

$$X = X - \frac{\frac{X}{X+i} + \frac{1}{X+i}}{-\frac{2}{X^2} + \frac{1}{(X+i)^2}}$$

CALC **1** **+** **ENG** **=** tới khi kết quả không thay đổi

$$X = X - \frac{\frac{X}{X+i} + \frac{1}{X+i}}{-\frac{2}{X^2} + \frac{1}{(X+i)^2}}$$

Vậy được $z_1 = 1 - i$ thay vào tính P là xong :

$$\left| \frac{X}{i} \right| + \left| \frac{i}{X} \right| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Hoặc các em có thể quy đồng lên được phương trình : $ix^2 - 2x - 2i = 0$ rồi giải sẽ dễ hơn.

Câu 3: Tìm mô đun của số phức z biết $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$

A. $|z| = 4$

B. $|z| = 1$

C. $|z| = \frac{1}{2}$

D. $|z| = 2$

Hướng dẫn:

Các em đưa ra $z = \frac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$ kiểm tra lần lượt các đáp án

SHIFT hyp $\frac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$ Math $\frac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$

Sau đó CALC lần lượt từng đáp án, đáp án nào cho KQ như nhập vào là đúng

CALC 4 =

CALC 1 =

CALC 2 =

$\frac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$ Math $\frac{4\sqrt{10}}{5}$

$\frac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$ Math $\frac{\sqrt{85}}{5}$

$\frac{4-4i+(1+i)|z|}{1+3i}$ Math 2

Câu 4: Xét số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $z\sqrt{3z\bar{z}+1} = |z|(2+6iz)$. Mệnh đề nào đúng?

A. $\frac{1}{4} < |z| < \frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3} < |z| < \frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2} < |z| < 1$

D. $|z| < \frac{1}{4}$

Hướng dẫn

Cách 1: Tự luận

Các em để ý chút : $z\bar{z} = |z|^2 \Rightarrow z\sqrt{3|z|^2+1} = |z|(2+6iz) \Rightarrow z(\sqrt{3|z|^2+1} - 6i|z|) = 2|z|$

$z = \frac{2|z|}{\sqrt{3|z|^2+1}-6i|z|} \Rightarrow |z| = \frac{2|z|}{\sqrt{3|z|^2+1}-6i|z|} = \frac{2|z|}{\sqrt{(3|z|^2+1)+36|z|^2}} = \frac{2|z|}{\sqrt{1+39|z|^2}}$

$$2 = \sqrt{1 + 39X^2}$$

$$X = 0.2773500981$$

$$L-R = 0$$

Vậy khoảng A.

Cách 2: Dùng Newton Raphson

Chúng ta coi z là biến và nhập phương trình : $X = X - \frac{X\sqrt{3|X|^2+1}-2|X|-6i|X|X}{\sqrt{3|X|^2+1}-6i|X|}$

CALC $1+i$ bấm = tới khi kết quả không đổi

$$X = X - \frac{X\sqrt{3|X|^2+1}-2|X|-6i|X|X}{\sqrt{3|X|^2+1}-6i|X|}$$

$$X = 0.1538461525 + 0.2307692341i$$

$$X = 0.1538461525 + 0.2307692341i$$

$$X = 0.2773501001$$

Câu 5: Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz-(3i+1)z}{1+i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{26}{9}iz$ có module là :

A. 9

B. $\sqrt{26}$

C. $\sqrt{6}$

D. 5

Hướng dẫn :

Quy đồng rồi nhập biểu thức vào máy

$$iX - (3i+1)\text{Conjg}(X)$$

$$-10100.0401-10119.9901i$$

Ta được $-10100.0401-10119.9901i$ khi đó phần thực và ảo có biểu thức

Nó giống như việc các em thay $z = x + yi$ tuy nhiên ở đây ta thay $x = 100, y = 0.01$

$$\begin{cases} 10100.0401 = 100^2 + 100 + 0.4 + 0.1^2 = x^2 + x + 4y + y^2 = 0 \\ 10199.9901 = 100^2 + 2.100 - 0.0099 = 100^2 + 2.100 - (0.01 - 0.01^2) = x^2 + 2x + y^2 - y = 0 \end{cases} \Rightarrow x - 5y = 0$$

Ta có phương trình : $(5y)^2 + 5y + 4y + y^2 = 0 \rightarrow y = -\frac{9}{26} \rightarrow x = -\frac{45}{26}$

$$\left| \frac{26}{9}i \left(-\frac{45}{26} - \frac{9}{26}i \right) \right| = \sqrt{26}$$

*Dùng Newton - Raphson

Biến đổi $\frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2$ không để z dưới mẫu :

$$\frac{iz - (3i+1)\bar{z}}{1+i} = |z|^2 \Leftrightarrow iz - (3i+1)\bar{z} = (1+i)|z|^2$$

$$\Leftrightarrow iz - (3i+1)\frac{|z|^2}{z} = (1+i)|z|^2 \Leftrightarrow iz^2 - (1+i)|z|^2 z - (3i+1)|z|^2 = 0$$

CALC $1+i=...$

$$\frac{i|x^2| - (3i+1)|x|^2}{1+i} = |x|^2 \Rightarrow \frac{i|x^2| - (3i+1)|x|^2}{1+i} = |x|^2$$

Tương tự các em có thể luyện ví dụ sau :

Cho số phức z thỏa mãn $(3-4i)z - \frac{4}{|z|} = 8$. Trên mặt phẳng tọa độ, khoảng cách từ gốc

tọa độ đến điểm biểu diễn số phức z thuộc tập nào ?

- A. $\left(\frac{9}{4}; +\infty\right)$ B. $\left(\frac{1}{4}; \frac{5}{4}\right)$ C. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ D. $\left(2; \frac{9}{4}\right)$

Đáp số : $|z| = 2$

Câu 6: [Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị] Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ và hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$

A. $T = 2\sqrt{13}$

B. $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$

C. $T = \frac{2\sqrt{85}}{3}$

D. $T = 4\sqrt{13}$

Hướng dẫn: Để ý đơn giản thôi nghiệm phương trình bậc 2 hệ số thực : $z = n \pm mi$

$$\Rightarrow z_1 + z_2 = 2n = 3w + 2i - 3 \rightarrow 3b + 2 = 0 \rightarrow b = -\frac{2}{3} \quad (w = a + bi)$$

$$\Rightarrow z_2 - z_1 = 2mi = w - 2i - 3 \rightarrow a - 3 = 0 \rightarrow a = 3 \Rightarrow w = 3 - \frac{2}{3}i \rightarrow z_1 = 3 + \frac{4}{3}i; z_2 = 3 - \frac{4}{3}i$$

$$|3 - \frac{4}{3}i| + |3 + \frac{4}{3}i| = \frac{2\sqrt{97}}{3}$$

Áp dụng tương tự :

Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $2w + i$ và $3w - 5$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tìm phần thực của số phức w .

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 7: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính giá trị biểu thức $Q = |z_1 + z_2|$

A. $Q = \frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $Q = \sqrt{3}$

C. $Q = \frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $Q = 2$

Hướng dẫn:

Các em làm tương tự $z_1; z_2$ là 2 nghiệm của cùng một phương trình bậc 2 nên : $z = a \pm bi$ (trường hợp hệ số thực mới được nhé, hệ số phức không được)

Do đó $|z_1 - z_2| = |2bi| = 1 \rightarrow b = \frac{1}{2}$ chúng ta chỉ chọn 1 giá trị b thôi cho đỡ bị lặp

Bây giờ thế vào $|2z - i| = |2 + iz| \rightarrow (2a)^2 = (a^2 + 1.5^2) \rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy 2 nghiệm là $z = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{1}{2}i$ Vậy $\varrho = \sqrt{3}$

Câu 8. Cho số thực a, b, c sao cho phương trình $z^3 + az^2 + bz + c = 0$ nhận $z = 1 + i$ và $z = 2$ làm nghiệm của phương trình. Khi đó tổng giá trị $a + b + c$ là

A. -2.

B. -4.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn:

Để ý chút các em thấy : $f(z) = z^3 + az^2 + bz + c \rightarrow f(1) = 1 + a + b + c$

Câu này các em phải tư duy nhanh : khi phương trình bậc 2 có nghiệm $z = 1 + i$ tức là sẽ có nghiệm $z = 1 - i$ vậy ta có hàm $f(z) = (z - 2)(z - 1 - i)(z - 1 + i)$ các em thay $z = 1$ vào là tính được $a + b + c + 1$

$$(X-2)(X-1-i)(X-1+i) = -1$$

Từ đó suy ra : $a + b + c = -2$

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$

B. $|z| > 2$

C. $|z| < \frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$

Hướng dẫn:

Các em dùng Newton - Raphson : Lưu ý là đừng để z dưới mẫu vì nó khó hội tụ, các em quy đồng lên thành phương trình mới

$$(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i \Leftrightarrow [(1+2i)|z| + 2 - i]z - \sqrt{10} = 0$$

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $(3-i)(z+1) + (2-i)(\bar{z}+3i) = 1-i$. Tính mô đun của số

phức $w = \frac{i-z}{1+z}$

A. $\frac{\sqrt{82}}{4}$

B. $\frac{\sqrt{82}}{8}$

C. $\frac{2\sqrt{82}}{9}$

D. $\frac{3\sqrt{82}}{5}$

Hướng dẫn

Đây là dạng phương trình bậc nhất của số phức các em nhập y lại phương trình :

Chúng ta được hệ phương trình :

$$\begin{cases} 50005 = 50.000 + 5 = 5a + 5 \\ 19894 = 20.000 - 100 - 6 = 2a - b - 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5a + 5 = 0 \\ 2a - b = 6 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = -8 \rightarrow z = -1 - 8i$$

Vậy khoanh đáp án B

Câu 11: Trên tập số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4i - 2 = 0$

Tính giá trị

biểu thức $P = \frac{|z_1| + |z_2|}{4 + |z_1| \cdot |z_2|}$

A. $\frac{-\sqrt{10} + 2\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{-\sqrt{10} + 3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{10} + 3\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{-\sqrt{5} + 3\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn:

Bài này dễ nhưng chủ yếu anh muốn hướng dẫn cách tính nhanh căn bậc 2 của số phức

Tính Δ' rồi tính ra nghiệm : $z_1 = 1 - i; z_2 = -3 + i$

$$1 - (4i - 2) \pm \sqrt{16 - 4(1 - 2i)} = 3 - 4i \pm \sqrt{12 - 8i} = 3 - 4i \pm 2\sqrt{3 - 2i}$$

Vậy khoanh đáp án B

III. Max-Min module số phức

Câu 1: Với hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = |z_1| + |z_2|$

A. $P = 5 + 3\sqrt{5}$.

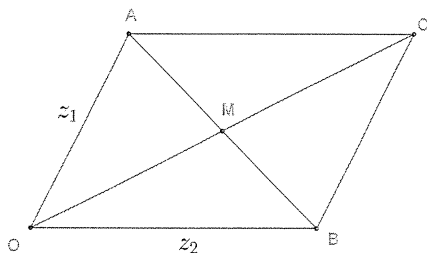
B. $P = 2\sqrt{26}$.

C. $P = 4\sqrt{6}$.

D. $P = 34 + 3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

Cách 1: Tự Luận



Đặt $OA = |z_1|, OB = |z_2|$ (với O là gốc tọa độ, A, B là điểm biểu diễn của z_1, z_2).

Dựng hình bình hành $OACB$, khi đó ta có $AB = |z_1 - z_2| = 2, OC = |z_2 + z_1| = 10, OM = 5$

Theo định lý đường trung tuyến ta có

$$OM^2 = \frac{2(OA^2 + OB^2) - AB^2}{4} \Rightarrow OA^2 + OB^2 = 52 \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52$$

$$\text{Ta có } |z_1| + |z_2| \leq \sqrt{2(|z_1|^2 + |z_2|^2)} = 2\sqrt{26} \Rightarrow P_{\max} = 2\sqrt{26}$$

***Cách 2: Casio làm nhanh**

$$z_1 + z_2 = 8 + 6i \rightarrow z_2 = (8 + 6i) - z_1 \rightarrow |2z_1 - (8 + 6i)| = 2 \rightarrow (2a - 8)^2 + (2b - 6)^2 = 4$$

Các em cho b rồi giải phương trình tìm a

$b=0, b=1$ can't solve ,

$$b = 2 \rightarrow z_1 = 4 + 2i$$

$$b = 3 \rightarrow z_1 = 3 + 3i$$

$$b = 4 \rightarrow z_1 = 4 + 4i$$

$(2X-8)^2 + (2Y-6)^2 = 4$ $X = 4$ $L-R = 0$	$(2X-8)^2 + (2Y-6)^2 = 4$ $X = 3$ $L-R = 0$	$(2X-8)^2 + (2Y-6)^2 = 4$ $X = 4$ $L-R = 0$
$ X + 8+6i-X $ 10.1289902	$ X + 8+6i-X $ 10.07359258	$ X + 8+6i-X $ 10.1289902

Các kết quả này đều xấp xỉ và nhỏ hơn đáp án B

$$2\sqrt{26}$$

$$10.19803903$$

Câu 2: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là:

A. $\sqrt{13} + 2$

B. 4

C. 6

D. $\sqrt{13} + 1$

Hướng dẫn

Ở đây các em sử dụng lý thuyết sau:

$|z - z_0| = R$ thì tập hợp các điểm biểu diễn z là đường tròn có tâm $z_0 = a_0 + b_0i \rightarrow I(a_0; b_0)$

và bán kính là R , khi đó $\begin{cases} |z|_{\max} = R + |z_0| \\ |z|_{\min} = |R - |z_0|| \end{cases}$ chúng ta sẽ ứng dụng giải nhanh như sau :

$$|\bar{z} + 1 + i|^2 = (a+1)^2 + (b-1)^2 = |z + 1 - i|^2$$

Đặt : $w = z + 1 - i$ bài toán trở thành : $|w - 3 - 2i| = 1$. Hỏi $|w|_{\max} = ?$ áp dụng luôn công thức ta được :

$$|w|_{\max} = 1 + \sqrt{3^2 + 2^2} = 1 + \sqrt{13}$$

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$, biết rằng z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{4+2i}{1-i}z - 1 \right| = 1$

A. $\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 0

D. -1

Hướng dẫn:

Các em đưa về dạng chuẩn như ở trên :

$$\left| \frac{4+2i}{1-i}z - 1 \right| = 1 \Leftrightarrow |(1+3i)z - 1| = 1 \Leftrightarrow \left| z - \frac{1}{1+3i} \right| = \frac{1}{|1+3i|} \Rightarrow |z|_{\min} = \frac{1}{|1+3i|} - \frac{1}{|1+3i|} = 0$$

Vậy khoanh đáp án C

Câu 4: Cho số phức z thỏa mãn: $|z^2 - 2z + 5| = |(z - 1 + 2i)(z + 3i - 1)|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của môđun số phức w , với $w = z - 2 + 2i$

A. $|w|_{\min} = \frac{3}{2}$

B. $|w|_{\min} = 2$

C. $|w|_{\min} = 1$

D. $|w|_{\min} = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn:

Các em vào giải phương trình bậc 2 $z^2 - 2z + 5 = 0$ ta được :

$z_1 =$

$z_2 =$

$1+2i$

$1-2i$

Do đó :

$$|z^2 - 2z + 5| = |(z-1+2i)(z+3i-1)| \Leftrightarrow \begin{cases} |z-1+2i| = 0 \rightarrow z=1-2i \rightarrow w=-1 \rightarrow |w|=1 \\ |z-1-2i| = |z+3i-1| \quad (*) \end{cases}$$

Ta đã biết (*) có dạng đường thẳng: $ax+by+c=0$ do đó các em CALC nhanh như sau :

Nhập biểu thức : $|z-1-2i|^2 - |z+3i-1|^2$

$|X-1-2i|^2 - |X+3i|^2$

*CALC 0 = tức là $z=0 \rightarrow a=b=0 \rightarrow c=-5$

*CALC i = tức là $z=i \rightarrow a=0; b=1 \rightarrow b+c=-15 \rightarrow b=-10$

*CALC 1 = tức là $z=1 \rightarrow a=1; b=0 \rightarrow a+c=-5 \rightarrow a=0$

$|X-1-2i|^2 - |X+3i|^2$ $|X-1-2i|^2 - |X+3i|^2$ $|X-1-2i|^2 - |X+3i|^2$
-5 -15 -5

Vậy ta có phương trình đường : $-10y-5=0 \Leftrightarrow y=-0.5 \rightarrow z=a-0.5i \rightarrow w=(a-2)+1.5i$

$|w|^2 = (a-2)^2 + \frac{9}{4} \geq \frac{9}{4} \rightarrow |w|_{\min} = \frac{3}{2}$ Vậy tổng kết 2 trường hợp ta có $|w|_{\min} = 1$

Câu 5: Cho số phức z thỏa mãn: $|z-3|+|z+3|=10$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$ lần lượt là:

A. 10 và 4

B. 5 và 4

C. 4 và 3

D. 5 và 3

Hướng dẫn:

Đây là dạng của phương trình Elip với $c=3, a=5 \rightarrow b=4$ nên $|z|_{\max} = a = 5; |z|_{\min} = b = 4$

Tuy nhiên thì không phải em nào cũng tư duy được như vậy, nếu đi thi chúng ta sẽ thử đáp án như sau :

Bây giờ mình chỉ có thể là 3 hoặc 4 ; xét trường hợp 3 xem có tồn tại số phức nào không

$$|z|^2 = x^2 + y^2 = 9 \quad |z-3| + |z+3| = 10 \rightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (9-x^2)} + \sqrt{(x+3)^2 + (9-x^2)} - 10 = 0$$

Dùng SOLVE ở hệ COMP

```

Can't Solve
[AC] :Cancel
[4][>]:Goto
    
```

Vậy loại được đáp án C,D tiếp tục thử với max là 10 thì chỉ việc thay 9 thành 100

```

Can't Solve
[AC] :Cancel
[4][>]:Goto
    
```

Vậy loại đáp án A và cuối cùng chọn B.

Như vậy khi xét bài toán max-min ta dựa vào đáp án, chọn giá trị nhỏ nhất và lớn nhất ở các đáp án để thử xem có tồn tại số phức nào thỏa mãn hay không, nếu có thì đáp án đó có khả năng đúng còn không là loại

Câu 6: Trong các số phức z thỏa điều kiện $|z-2-4i|=|z-2i|$. Điểm biểu diễn cho số phức z có môđun nhỏ nhất có tọa độ là :

A. (2;2)

B. (-2;-2)

C. (2;-2)

D. (-2;2)

Hướng dẫn:

Em nào rảnh có thể viết phương trình đường tròn điều kiện rồi biện luận phương trình bậc hai, còn đi thi để cho nhanh các em chỉ việc kiểm tra liệu điểm đó có thỏa mãn điều kiện trên hay chưa ?

Nhập hệ thức rồi CACL số phức tương ứng ví dụ $(2;2) \rightarrow z = 2 + 2i$

$$\begin{array}{ccccccc} \text{CMPLX} & \text{Math} & & \text{CMPLX} & \text{Math} & & \text{CMPLX} & \text{Math} \\ |X-2-4i| - |X-2i| & 2+2i & & |X-2-4i| - |X-2i| & & & & \\ & 1 & & & & & & 0 \end{array}$$

Vậy đáp án A thỏa mãn, các em có thể xét B,C,D để kiểm chứng.

Câu 7: Cho số phức z thỏa $|z| \geq 2$. Tìm tích của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \frac{z+i}{z} \right|$

- A. $\frac{1}{4}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{3}{4}$

Hướng dẫn:

Câu này chúng ta áp dụng BĐT vecto sau : $\left| |z_1| - |z_2| \right| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

$$P = \left| \frac{z+i}{z} \right| = \left| 1 + \frac{i}{z} \right| \rightarrow 1 - \left| \frac{i}{z} \right| \leq P \leq 1 + \left| \frac{i}{z} \right| \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|}$$

Ta có $|z| \geq 2 \rightarrow \frac{1}{|z|} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{|z|} \leq P \leq 1 + \frac{1}{|z|} \leq 1 + \frac{1}{2}$ Vậy khoanh đáp án D.

***Một số dạng khác**

Câu 1: Kí hiệu $z_1; z_2; z_3$ là ba nghiệm của phương trình phức $z^3 + 2z^2 + z - 4 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $T = 4$. B. $T = 4 + \sqrt{5}$. C. $T = 4\sqrt{5}$. D. $T = 5$.

Hướng dẫn

Các em vào giải phương trình bậc 3

$$X_1 = 1 \quad X_2 = -\frac{3}{2} + 1.322875656i \quad X_3 = -\frac{3}{2} - 1.322875656i$$

Để lưu nghiệm X_2 vào X các em bấm **SHIFT** **RCL** **[X]** hiện như thế này là được

Stored to X

Sau đó lưu nghiệm X_3 vào Y sau đó phải vào hệ CMPLX không được sang hệ COMPL không là mất phần ảo

MODE **[2]** **CMPLX** **[1]** **Math** **[+]**

$$|1| + |X| + |Y|$$

5

Câu 2: Cho phương trình $\frac{a}{z} + \frac{b}{z-2} = 1$ ($a, b \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{C}$) có 2 nghiệm $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ và z_2 . Tìm

số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^n$ là một số thực dương.

A. $n = 2$

B. $n = 4$

C. $n = 6$

D. $n = 3$

Hướng dẫn:

Các em có thể làm theo tự luận là thế z_1 rồi giải tìm a, b nhưng để đơn giản hơn thì ta làm như sau :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3} \rightarrow z_2 = 1 - i\sqrt{3} \rightarrow \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}}\right)^n$$

CMPLX **[1]** **Math** **[+]**

$$\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i\sqrt{3}}\right)^3$$

1

Vậy khoanh đáp án D.

Câu 3: Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z+2-2i| = |z-4i|$, $w = iz+1$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn: Các em CALC nhanh ra phương trình :

CALC 0=

CALC 1=

CALC i=

<small>CMPLX</small> <small>Math ▲</small> $ X+2-2i ^2 - X-4i ^2$ -8	<small>CMPLX</small> <small>Math ▲</small> $ X+2-2i ^2 - X-4i ^2$ -4	<small>CMPLX</small> <small>Math ▲</small> $ X+2-2i ^2 - X-4i ^2$ -4
--	--	--

Ta có phương trình : $4x+4y-8=0 \Leftrightarrow x+y=2 \rightarrow y=2-x$

$$w = iz+1 = i(x+yi)+1 = 1-y+xi \rightarrow |w| = (1-y)^2 + x^2 = (1+x)^2 + x^2 = 2x^2 + 2x + 1$$

$$|w|_{\min} \leftrightarrow x = \frac{-1}{2} \rightarrow |w|_{\min} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Vậy khoảng đáp án C}$$

Câu 4: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2+z+1=0$. Tính giá trị $P = z_1^{2017} + z_2^{2017}$.

A. $P=1$.

B. $P=-1$.

C. $P=0$.

D. $P=2$.

Hướng dẫn :

Chúng ta giải ra 2 nghiệm của phương trình là : $z_1 = \frac{-1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ những dạng như thế này thì nó lặp lại theo chu kì vậy các em lưu 2 nghiệm vào X,Y

<small>M</small> <small>CMPLX</small> <small>Math ▼▲</small> X^1+Y^1 -1	<small>M</small> <small>CMPLX</small> <small>Math ▲</small> X^2+Y^2 -1	<small>M</small> <small>CMPLX</small> <small>Math ▲</small> X^3+Y^3 2
--	---	--

$$\begin{array}{ccc} \text{M} & \text{CMPLX} & \text{Math} \blacktriangle \\ X^4 + Y^4 & & \\ -1 & & -1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \text{M} & \text{CMPLX} & \text{Math} \blacktriangle \\ X^5 + Y^5 & & \\ -1 & & -1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \text{M} & \text{CMPLX} & \text{Math} \blacktriangle \\ X^6 + Y^6 & & \\ 2 & & \end{array}$$

Ở đây thì thay vì tính 2017 thì các em tính tại 17 vì $2017 = 2000 + 17$, 2000 chia hết cho 4, thông thường các bài toán như vậy số phức thường lặp lại với chu kì là 4 giống như lượng giác vậy

$$\begin{array}{ccc} \text{M} & \text{CMPLX} & \text{Math} \blacktriangle \\ X^{17} + Y^{17} & & \\ -1 & & \end{array}$$

Vậy khoanh đáp B.

Câu 5: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn điều kiện $|z^2 + 4| = 2|z|$. Đặt

$P = 8(b^2 - a^2) - 12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = (|z| - 2)^2$ B. $P = (|z|^2 - 4)^2$ C. $P = (|z| - 4)^2$ D. $P = (|z|^2 - 2)^2$

Hướng dẫn

Ở bài toán này chỉ với điều kiện $|z^2 + 4| = 2|z|$ ta không thể giải ra được điều kiện cụ thể do đó ta sẽ chọn $b = \sqrt{3} \rightarrow z = a + i\sqrt{3}$ và tiến hành giải phương trình tìm a

$$|z^2 + 4| = 2|z| \rightarrow |a^2 + 3i^2 + 2\sqrt{3}ai + 4| = 2|a + i\sqrt{3}| \rightarrow (a^2 + 1)^2 + 12a^2 - 4(a^2 + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 1)^2 + 10a^2 - 11 = 0 \rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ a^2 = -11 \end{cases} \rightarrow a = 1 \rightarrow z = 1 + i\sqrt{3} \rightarrow D$$

Ngoài ra các em có thể chọn $b = 2 \rightarrow z = a + 2i$

$$|z^2 + 4| = 2|z| \rightarrow |a^2 + 4i^2 + 4ai + 4| = 2|a + 2i| \rightarrow a^4 + 16a^2 - 4(a^2 + 4) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \text{M} & \text{CMPLX} & \text{Math} \blacktriangle \\ X^4 + 16X^2 - 4(X^2 + 4) & & \\ X = 1.100501045 & & \\ L-R = 0 & & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \text{M} & \text{CMPLX} & \text{Math} \blacktriangle \\ \leftarrow (|X + 2i|^2 - 2)^2 & & \\ 8(4 - X^2) - 12 - (|X + 2i|^2 - 2)^2 & & \\ 0 & & 0 \end{array}$$

Câu 6: Tính tích modun của tất cả các số phức z thỏa mãn $|2z-1| = |\bar{z}+1+i|$, đồng thời điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ thuộc đường tròn có tâm $I(1;1)$ bán kính $R=\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Nhập biểu thức

CALC 100+0,01i

$$|2X-1|^2 - |\text{Conj}(2X-1)|^2 = 29399.0203$$

Nó sẽ phân ra 2 lớp :

$$\text{Lớp } x : 29399 = 30000 - 600 - 1 = 3x^2 - 6x - 1$$

$$\text{Lớp } y : .0203 = .02 + .0003 = 2y + 3y^2$$

$$\text{Vậy } |2z-1| = |\bar{z}+1+i| \Rightarrow 3x^2 + 3y^2 - 6x + 2y - 1 = 0$$

Bây giờ kết hợp với phương trình : $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$ nhân 3 vào rồi trừ phương trình trên là ra mối quan hệ x và y :

$$\text{Các em nhập vào máy : } 3[(x-1)^2 + (y-1)^2 - 5] - (3x^2 + 3y^2 - 6x + 2y - 1)$$

CALC : X=100; Y=0.01

$$3(X-1)^2 + 3(Y-1)^2 = -8.08$$

$$\text{Vậy } -(8+8y) = 0 \rightarrow y = -1 \rightarrow x = 0, x = 2 \rightarrow M = 1.\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

Câu 7 [Đề Minh Họa 3]. Xét các số phức z thỏa mãn $|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P = m + M$.

$$\text{A. } P = \sqrt{13} + \sqrt{73}. \quad \text{B. } P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}. \quad \text{C. } P = 5\sqrt{2} + \sqrt{73}. \quad \text{D. } P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}.$$

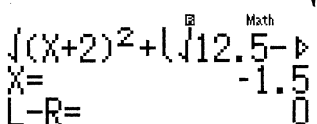
Hướng dẫn:

*Cách 1: Từ đáp án các em có nhận thấy

Min có khả năng là $\frac{5\sqrt{2}}{2}, \sqrt{13}, 5\sqrt{2}$ Max có thể là $\sqrt{73}, \frac{\sqrt{73}}{2}$

Ý tưởng là từ $|z-1+i|=A$ chúng ta rút ra b rồi thế vào phương trình trên Solve xem có tồn tại a không với $z=a+bi$

Giả sử $m = \frac{5\sqrt{2}}{2} \rightarrow (a-1)^2 + (b+1)^2 = 12.5 \rightarrow b = \sqrt{12.5 - (a-1)^2} - 1$ thay vào

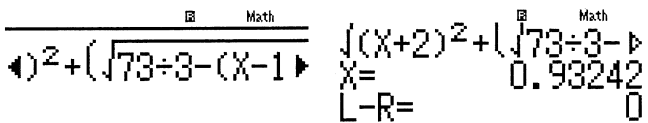
$$|z+2-i| + |z-4-7i| = 6\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{(a+2)^2 + \left(\sqrt{12.5 - (a-1)^2} - 2\right)^2} + \sqrt{(a-4)^2 + \left(\sqrt{12.5 - (a-1)^2} - 8\right)^2} - 6\sqrt{2}$$


Vậy có tồn tại số phức z để min là $m = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ Chú ý khi xét Max

Ta có

$\sqrt{73} > \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{73}}{2}$ ra sẽ thử số $M = \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}}$ xem có tồn tại số phức nào không?

Các em sử dụng chỗ 12.5 thành 73:3 thôi.



Như vậy tồn tại số phức để $M = \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}} > \frac{\sqrt{73}}{2}$ vậy $M = \frac{\sqrt{73}}{\sqrt{3}}$ là đúng

Ở đây anh đã thử giải trực tiếp $M = \sqrt{73}$ nhưng máy không tính được ra x có thể nó ở dạng Bất đẳng thức nên mới bị Can't Solve như vậy (kinh nghiệm)

*Cách 2: Từ giả thuyết $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$.

Cho Y thay đổi rồi giải ra X với $z=X+Yi$

$$\sqrt{(X+2)^2+(Y-1)^2} + \sqrt{(X-4)^2+(Y-7)^2} = 6\sqrt{2}$$

Solve

Y	1	2	3	4	5	6	7	8
X	Can't	-1	0	1	2	3	4	Can't

2 bên xung quanh là nó vô nghiệm chỉ có vùng từ 2 tới 7 thôi: các em thấy quy luật là $Y-X=3 \rightarrow y=x+3$

Do đó $|z-1+i|=\sqrt{(x-1)^2+(x+4)^2}$ dùng Table : Start -2= End 5= Step 0.25=

X	F(X)
-2	3.535533906
-1	3.535533906
0	3.535533906
1	3.535533906
2	3.535533906
3	3.535533906
4	3.535533906
5	3.535533906

Xấp xỉ đáp án B nhé các em.

Câu 8[Đề Minh họa lần 2]: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$ B. $|z| > 2$ C. $|z| < \frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$

Hướng dẫn:

Các em dùng Newton – Raphson : Lưu ý là đừng để z dưới mẫu vì nó khó hội tụ, các em quy đồng lên thành phương trình mới

$$(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i \Leftrightarrow [(1+2i)|z|+2-i]z-\sqrt{10}=0$$

CALC **1** **+** **ENG** **=**

Câu 9[Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa lần 3]: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}; a \geq 0, b \geq 0$)

Đặt đa thức $f(x) = ax^2 + bx - 2$ Biết $f(-1) \leq 0, f(\frac{1}{4}) \leq \frac{-5}{4}$ Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$

- A. $\text{Max}|z| = 2\sqrt{5}$ B. $\text{Max}|z| = 3\sqrt{2}$ C. $\text{Max}|z| = 5$ D. $\text{Max}|z| = 2\sqrt{6}$

Hướng dẫn

$$f(-1) = a - b - 2 \leq 0 \rightarrow a \leq b + 2 \quad f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{a}{16} + \frac{b}{4} - 2 \leq \frac{-5}{4} \rightarrow \frac{b+2}{16} + \frac{b}{4} - 2 \leq \frac{-5}{4} \rightarrow b \leq 2$$

$$|z|^2 = a^2 + b^2 \leq (b+2)^2 + b^2 \quad \text{Table } b \in [0, 2]$$

Câu 10: Cho $|z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = \sqrt{37}$ tìm phần thực của $\frac{z_1}{z_2}$

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $-\frac{3}{8}$

Hướng dẫn

$$\text{Chọn } z_1 = 3i \rightarrow \begin{cases} |z_2| = 4 \\ |3i - z_2| = \sqrt{37} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x^2 + (y-3)^2 = 37 \end{cases} \rightarrow (16 - y^2) + (y-3)^2 = 37$$

Áp dụng tương tự : Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Tính

$$P = \left| \frac{1}{3}z_1 + \frac{1}{3}z_2 \right|.$$

- A. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$ B. $P = \frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $P = \frac{2}{9}$ D. $P = \frac{14}{9}$

Câu 11: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-1| = \sqrt{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$T = |z+i| + |z-2-i|$$

A. $\max T = 8\sqrt{2}$

B. $\max T = 4$

C. $\max T = 4\sqrt{2}$

D. $\max T = 8$

Hướng dẫn

$$|z-1| = \sqrt{2} \rightarrow (x-1)^2 + y^2 = 2 \rightarrow y = \sqrt{2-(x-1)^2}$$

$$\begin{aligned} T &= |z+i| + |z-2-i| = \sqrt{x^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} \\ &= \sqrt{x^2 + \left(1 + \sqrt{2-(x-1)^2}\right)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + \left(-1 + \sqrt{2-(x-1)^2}\right)^2} \end{aligned}$$

Bây giờ các em trâu bò dùng Table: Cứ để khoảng rộng Start -9=, End 9= Step 1=

Khi được như thế này các em lại bó nhỏ khoảng lại : Start -1=, End 3= step 0.25=

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$; $w = (1+\sqrt{3}i)z+2$ Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tính bán kính đường tròn đó

A. $R=3$

B. $R=2$

C. $R=4$

D. $R=5$

Hướng dẫn

Đặt $u = z-1 \rightarrow z = u+1$

$$w = (1+\sqrt{3}i)(u+1)+2 \Leftrightarrow w - (3+\sqrt{3}i) = (1+\sqrt{3}i)u \rightarrow |w - (3+\sqrt{3}i)| = |(1+\sqrt{3}i)u| = 4$$

Vậy bán kính đường tròn cần tìm là 4

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=2|z|$ và $\max |z-1+2i| = a+b\sqrt{2}$. Tính $a+b$

- A.4 B. $4\sqrt{2}$ C.3 D. $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn

$$|z-3|=2|z| \rightarrow (x+1)^2 + y^2 = 4 \rightarrow |z+1|=2 \text{ Đặt : } u = z-1+2i \rightarrow |u+2-2i|=2 \rightarrow |u|_{\max} = ?$$

Các em ộp công thức đã có trong sách $|u|_{\max} = R + |z_0| = 2 + 2\sqrt{2} \rightarrow a+b=4$

Câu 14: Cho số phức $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$); $a^2 + b^2 > 0$ thỏa mãn

$$(1-i)|z|^2 + (2+2i)z^2 + 2z(z+i) = 0. \text{ Tìm giá trị của biểu thức } F = \frac{a}{b}$$

- A. $F = \frac{5}{3}$ B. $F = -\frac{1}{5}$ C. $F = -5$ D. $F = \frac{3}{5}$

Hướng dẫn

*Dùng Newton - Raphson

$$X = X - \frac{(1-i)|X|^2 + i}{2X(2+i)} \rightarrow \frac{1^2 + (2+2i)X^2 + 2X}{X(2+2i) + 4X + 2i}$$

Liên tục

$$X = X - \frac{(1-i)|X|^2 + i}{2X(2+i)} \rightarrow \frac{1+3}{5+9} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Các em để $1+i$ nó hội tụ về 0 thì phải CALC thẳng khác đi nhé

Câu 15: Cho số phức z thỏa mãn phương trình $5z^3 = (i+4)|z| + 2(i-4)$ Tính $|z|$

- A. $|z|=1$ B. $|z|=\sqrt{2}$ C. $|z|=2$ D. $|z|=\sqrt{5}$

Hướng dẫn : Dùng Newton-Raphson

$$X = X - \frac{5X^3 - (i+4)|X|}{15X^2} \rightarrow \frac{+4)|X| - 2(i-4)}{15X^2} \rightarrow X = X - \frac{5X^3 - (i+4)|X|}{15X^2} \rightarrow 0.6728829728 + 0.1i$$

$$|X|$$

1

Câu 16[Chuyên Vinh lần 4]: Cho số phức z thỏa mãn z không phải là số thực và

$w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = |z+1-i|$ là :

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. 8

Hướng dẫn

Các em cần phát hiện ra tính chất của z từ $w = \frac{z}{2+z^2}$ là số thực

$$w = \frac{z}{2+z^2} = 1 \rightarrow z^2 - z + 2 = 0 \quad w = \frac{z}{2+z^2} = 2 \rightarrow 2z^2 - z + 4 = 0$$

$$X_1 =$$

Math

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$$

$$X_1 =$$

Math

$$\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{31}}{4}i$$

Đặc điểm chung là : $|z| = \sqrt{2}$

$$|0.5 + \frac{\sqrt{7}}{2}i|$$

$$\sqrt{2}$$

$$|0.25 + \frac{\sqrt{31}}{4}i|$$

$$\sqrt{2}$$

Đặt : $z+1-i = u \rightarrow |u-1+i| = \sqrt{2} \rightarrow |u|_{\max} = 2\sqrt{2}$

Câu 17[SGD TP HCM Cù 6]: Cho số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn

$|z_1|\sqrt{2} = |z_1|\sqrt{2} = |z_1 - z_2| = 6\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z| + |z - z_1| + |z - z_2|$

A. $6\sqrt{2+\sqrt{2}}$

B. $3\sqrt{2+\sqrt{3}}$

C. $6\sqrt{2+\sqrt{3}}$

D. $\frac{9}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$


Hướng dẫn

$$|z_1|\sqrt{2} = |z_1|\sqrt{2} = |z_1 - z_2| = 6\sqrt{2} \rightarrow z_1 = 6, z_2 = 6i$$

$$P = |z| + |z - 6| + |z - 6i|$$

Các em chọn $z = x + i \rightarrow P = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(x-6)^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 5^2}$

Sau đó các em vào Table : **Start -9= End 9= Step 1=**

$$f(X) = \sqrt{1+X^2} + \sqrt{1+(X-6)^2} + \sqrt{X^2+5^2}$$


Xấp xỉ đáp án C

$$6\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

11.59110992

Có thể em sẽ hỏi anh sao anh không chọn số khác ở đây em vẫn có thể chọn $z = x + 2i, x + 3i \dots$ nó cũng ra xấp xỉ vì ở đây chúng ta chỉ cần lấy gần đúng,

Câu 18 : Cho số phức z thỏa mãn $\left| z + \frac{5}{2} - 2i \right| = \left| z + \frac{3}{2} + 2i \right|$. Biết biểu thức

$Q = |z - 2 - 4i| + |z - 4 - 6i|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tính $P = a - 4b$

A. $P = -2$ B. $P = \frac{1333}{272}$ C. $P = -1$ D. $P = \frac{691}{272}$

Hướng dẫn

Nhập vào máy $\left| z + \frac{5}{2} - 2i \right|^2 - \left| z + \frac{3}{2} + 2i \right|^2$ rồi CALC 100+0.01i

$$|X+2.5-2i|^2 - |X+1+2i|^2$$

203.92

$$203.92 = (200 + 3) + (1 - 0.08) = 2x + 4 - 8y \rightarrow x = 4y - 2$$

$$Q = |z - 2 - 4i| + |z - 4 - 6i| = \sqrt{(4y - 4)^2 + (y - 4)^2} + \sqrt{(4y - 6)^2 + (y - 6)^2}$$



$$y = 1 \rightarrow x = 2 \rightarrow P = -2$$

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $|z - \bar{z} + 2i| = 2 \left| \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}\bar{z} - i \right|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = |z - 3|$$

A. $P_{\min} = \sqrt{5}$

B. $P_{\min} = 3$

C. $P_{\min} = 2$

D. $P_{\min} = \sqrt{3}$

Hướng dẫn:

Nhập $|z - \bar{z} + 2i|^2 - 4 \left| \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}\bar{z} - i \right|^2$ rồi CALC 100+0.01i

CMPLX \square Math \blacktriangle
 $|X - \text{Conj}(X) + 2i|^2$
 -159999.84

Chúng ta được $159999.84 = (160000 - 1) + (1 - 0.16) = (16x^2 - 1) + (1 - 16y) \rightarrow y = x^2$

$$P = |z - 3| = \sqrt{(x - 3)^2 + x^4} \quad \text{Table : Start -4= End 4= Step 0.5=}$$

Math \blacktriangle

X	F(X)
0.5	2.5124
1	2.0000
1.5	2.7041

2.236067977

Còn Update nhiều bài hay lắm các em nhớ vào phần Update kèm sách đừng có lười nhé ^^

Hình Oxyz

Phần kĩ thuật Casio Oxyz các em xem tại : <http://bikiptheluc.com/sach>

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $J(-3;2;7)$. B. $H(-2;-1;3)$. C. $K(3;0;15)$. D. $I(-1;-2;3)$.

Hướng dẫn:

Tìm nhanh các dữ kiện như sau :

$$(d): \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases} \rightarrow B=(d) \cap (P) = (-2, -2, 1)$$

$$\begin{array}{l} 2(1+3X)+2(2+4X)-(-3-4X)+9=0 \\ X= \\ L-R= \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Math} \\ -1 \\ 0 \end{array}$$

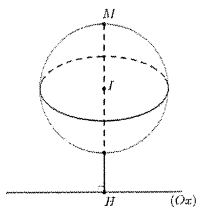
$AB^2 = AM^2 + BM^2$ nên BM lớn nhất khi AM ngắn nhất hay M là hình chiếu của A lên (P) từ đó có tìm được $M(-3, -2, -1)$ Nhìn 4 đáp án khoanh D vì $y_B = y_C = -2$

$$\begin{array}{l} 2(1+2X)+2(2+2X)-(-3-2X)+9=0 \\ X= \\ L-R= \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Math} \\ -2 \\ 0 \end{array}$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 7 = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn nhất.

- A. $M(0;-3;2)$. B. $M(2;-2;3)$. C. $M(1;-1;1)$. D. $M(1;-3;3)$.



Hướng dẫn giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$ và bán kính là $R = \sqrt{1+2^2+2^2-7} = \sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu của $I(1; -2; 2)$ lên Ox nên $H(1; 0; 0)$.

$d(I; Ox) = IH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} > R$ nên khoảng cách từ M đến trục Ox là lớn
 $\Leftrightarrow \frac{IM}{IH} = \frac{R}{IH} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$ và $\overline{IM}, \overline{IH}$ ngược hướng (xem hình)

$$\Leftrightarrow \overline{IM} = -\frac{1}{2}\overline{IH} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 1 = 0 \\ y_M + 2 = -\frac{1}{2} \cdot 2 \\ z_M - 2 = -\frac{1}{2}(-2) \end{cases} \Leftrightarrow M(1; -3; 3) \rightarrow D$$

Hướng dẫn giải nhanh : Đầu tiên kiểm tra M thuộc mặt cầu thì cả 4 điểm đều thuộc
 Gọi $M(a, b, c)$ có hình chiếu lên Ox là $H(a, 0, 0)$ khoảng cách M tới Ox là $MH = \sqrt{b^2 + c^2}$
 chúng ra kiểm tra thì thấy $M(1; -3; 3)$ cho KQ lớn nhất

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(6; -3; 4)$, $B(a; b; c)$. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của đường thẳng AB với các mặt phẳng tọa độ (Oxy) , (Oxz) và Oyz . Biết rằng M, N, P nằm trên đoạn AB sao cho $AM = MN = NP = PB$, khi đó giá trị của tổng $a + b + c$ là:

A. 11.

B. -11.

C. 17.

D. -17.

Hướng dẫn

$$M \in (Oxy) \Rightarrow M(x_M; y_M; 0) \quad N \in (Oxz) \Rightarrow N(x_N; 0; z_N) \quad P \in (Oyz) \Rightarrow P(0; y_P; z_P)$$

$$\text{Từ giả thiết } AM = MN = NP = PB \text{ suy ra } \overline{AM} = \frac{1}{4}\overline{AB} \Rightarrow 0 - 4 = \frac{1}{4}(c - 4) \Leftrightarrow c = -12$$

$$\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AB} \Rightarrow N \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow y_N = \frac{y_A + y_B}{2} \Leftrightarrow 0 = \frac{b - 3}{2} \Leftrightarrow b = 3$$

$$\overline{AP} = \frac{3}{4}\overline{AB} \Rightarrow -6 = \frac{3}{4}(a - 6) \Leftrightarrow a = -2 \quad \text{Vậy } a + b + c = -11.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ và $M(x_0; y_0; z_0) \in (S)$ sao cho $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

A. 2.

B. -1.

C. -2.

D. 1.

Hướng dẫn

Tacó: $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0 \Leftrightarrow x_0 + 2y_0 + 2z_0 - A = 0$ nên $M \in (P): x + 2y + 2z - A = 0$, do đó điểm M là điểm chung của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P) .

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Tồn tại điểm M khi và chỉ khi $d(I, (P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|6-A|}{3} \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq A \leq 15$

Do đó, với M thuộc mặt cầu (S) thì $A = x_0 + 2y_0 + 2z_0 \geq -3$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi M là tiếp điểm của $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$ với (S) hay M là

hình chiếu của I lên (P) . Suy ra $M(x_0; y_0; z_0)$ thỏa:
$$\begin{cases} x_0 + 2y_0 + 2z_0 + 3 = 0 \\ x_0 = 2 + t \\ y_0 = 1 + 2t \\ z_0 = 1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x_0 = 1 \\ y_0 = -1 \\ z_0 = -1 \end{cases}$$

Vậy $\Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -1 \rightarrow B$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 1; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; -6)$

. Nếu tam giác $A'B'C'$ thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$ thì tọa độ trọng tâm của tam giác đó là

A. $(1; 0; -2)$.

B. $(2; -3; 0)$.

C. $(3; -2; 0)$.

D. $(3; -2; 1)$.

Hướng dẫn

Ta có: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$ (1) $\Leftrightarrow (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{G'G} + \overrightarrow{GA}) + (\overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{G'G} + \overrightarrow{GB}) + (\overrightarrow{C'G'} + \overrightarrow{G'G} + \overrightarrow{GC}) = \vec{0}$.

$\Leftrightarrow (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + (\overrightarrow{A'G'} + \overrightarrow{B'G'} + \overrightarrow{C'G'}) + 3\overrightarrow{G'G} = \vec{0}$ (2)

Nếu G, G' theo thứ tự lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$ nghĩa là

$$\Leftrightarrow \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \overline{A'G'} + \overline{B'G'} + \overline{C'G'} \text{ thì } (2) \Leftrightarrow \overline{G'G} = \vec{0} \Leftrightarrow G' \equiv G.$$

Tóm lại (1) là hệ thức cần và đủ để hai tam giác $ABC, A'B'C'$ có cùng trọng tâm.

Ta có tọa độ của G là: $G = (1; 0; -2)$. Vậy khoanh A.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 18 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

Hướng dẫn

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 3; 4)$ và có bán kính $R = 4$.

$$IM = \sqrt{(3-2)^2 + (3-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{14} < R$$

$\Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu (S) , nên mọi đường thẳng Δ qua M đều cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Để AB nhỏ nhất thì khoảng cách từ I đến Δ lớn nhất, khoảng cách này lớn nhất khi $IM \perp \Delta$.

Gọi VTCP của Δ là \vec{u} ta có: $\begin{cases} \Delta \subset (\alpha) \\ \Delta \perp MI \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{u} \perp \overline{MI} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{n}_\alpha, \overline{MI}] = (1; -2; 1)$

Đường thẳng Δ qua $M(2; 1; 1)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -2; 1)$ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$.

Cách khác: $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{n}_\alpha = 0 \Rightarrow$ chỉ có đáp án A thỏa.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{3}$ mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ O đến (α) đạt giá trị lớn nhất. Khi đó góc giữa mặt phẳng (α) và trục Ox là φ thỏa mãn:

A. $\sin \varphi = \frac{1}{2\sqrt{3}}$. B. $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\sin \varphi = \frac{2}{3\sqrt{3}}$. D. $\sin \varphi = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (1; 2; 3)$

Gọi H là hình chiếu của O lên d , K là hình chiếu của O lên (α) ta có:

$d(O, (\alpha)) = OK \leq OH \Rightarrow d(O, (\alpha))$ lớn nhất bằng OH khi $K \equiv H$. Khi đó (α) chứa d và nhận $\vec{n} = \overrightarrow{OH}$ làm VTPT. $H \in d \Rightarrow H(4+t; 5+2t; 3t) \Rightarrow \overrightarrow{OH} = (4+t; 5+2t; 3t)$

Vì $OH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4+t+2(5+2t)+3.3t=0 \Leftrightarrow 14t+14=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(3; 3; -3)$,
 $\overrightarrow{OH} = (3; 3; -3)$.

Trục Ox có VTCP $\vec{i} = (1; 0; 0)$ $\sin \varphi = \frac{|\vec{i} \cdot \vec{n}|}{|\vec{i}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|3|}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{3^2+3^2+(-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{4}$. B. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{3}$.
 C. $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$. D. $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Hướng dẫn

Giả sử $d \cap d_2 = M \Rightarrow M(2+t; -1-t; 1+t)$ $\overrightarrow{AM} = (1+t; -t; t-2)$ d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 4; -2)$.

$$d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 1+t-4t-2(t-2)=0 \Leftrightarrow -5t+5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-1;-1).$$

Đường thẳng d đi qua $A(1;-1;3)$ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(2;-1;-1)$ có phương trình là:

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}.$$

Câu 8 : Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6;0;6)$, $B(8;-4;-2)$, $C(0;0;6)$, $D(1;1;5)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên đường thẳng CD sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó $a-b+3c$ có giá trị bằng

A. 24.

B. 0.

C. 10.

D. 26.

Hướng dẫn

$$\overrightarrow{CD}=(1;1;-1) \text{ Đường thẳng } CD \text{ có phương trình: } \begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=6-t \end{cases}.$$

$M \in CD$ nên $M(t;t;6-t)$. Ta có chu vi ΔMAB bằng: $MA+MB+AB$. Do đó chu vi nhỏ nhất khi và chỉ khi $P=MA+MB$ nhỏ nhất.

$$MA=\sqrt{3t^2-12t+36}=\sqrt{3(t-2)^2+24}, \text{ chọn } \vec{u}=(\sqrt{3}(t-2);2\sqrt{6})$$

$$MB=\sqrt{3t^2-24t+144}=\sqrt{3(t-4)^2+96}, \text{ chọn } \vec{v}=(-\sqrt{3}(t-4);4\sqrt{6})$$

$$\text{Ta có: } \vec{u}+\vec{v}=(2\sqrt{3};6\sqrt{6}) \text{ và } P=|\vec{u}|+|\vec{v}| \geq |\vec{u}+\vec{v}|=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(6\sqrt{6})^2}=2\sqrt{57}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}(t-2)}{-\sqrt{3}(t-4)} = \frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{6}} \Leftrightarrow t = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } M\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{10}{3}\right) \text{ Vậy } a-b+3c=10.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-4)^2+z^2=5$. Tìm tọa độ điểm A thuộc trục Oy , biết rằng ba mặt phẳng phân biệt qua A có các

vector pháp tuyến lần lượt là các vector đơn vị của các trục tọa độ cắt mặt cầu theo thiết diện là ba hình tròn có tổng diện tích là 11π

A. $\begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} A(0;0;0) \\ A(0;8;0) \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} A(0;6;0) \\ A(0;0;0) \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;8;0) \end{bmatrix}$

Hướng dẫn

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;4;0)$ bán kính $R=\sqrt{5}$

$$(\alpha_1): x=0$$

Gọi $A(0;a;0)$. Ba mặt phẳng theo giả thiết đi qua A có pt lần lượt là $(\alpha_2): z=0$

$$(\alpha_3): y-a=0$$

Vì $d(I;\alpha_1)=d(I;\alpha_2)=0$ nên mặt cầu (S) cắt $(\alpha_1);(\alpha_2)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn có bán kính $R=\sqrt{5}$. Diện tích hai hình tròn đó là $S_1+S_2=2\pi R^2=10\pi$

Suy ra mặt cầu (S) cắt (α_3) theo giao tuyến là 1 đường tròn có diện tích tương ứng $S_3=\pi$

Bán kính đường tròn đó là: $r_3=\frac{S_3}{\pi}=1$ $d(I,\alpha_3)=|4-a|=IH$ Ta có :

$$IH^2+r_3^2=R^2 \Rightarrow IH=|4-a|=2 \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} A(0;2;0) \\ A(0;6;0) \end{bmatrix} \rightarrow A$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $A(1;0;0), B(-1;1;-2), C(-2;0-3), D(0;-1;-1)$. Gọi H là trung điểm CD, $SH \perp (ABCD)$. Biết khối chóp có thể tích bằng 4. Kí hiệu tọa độ của điểm S là $S(x_0;y_0;z_0), x_0 > 0$. Tìm x_0

A. $x_0=1$. B. $x_0=2$. C. $x_0=3$. D. $x_0=4$.

Hướng dẫn

Ta có $\overline{AB}=(-2;1;-2), \overline{AC}=(-3;0;-3), \overline{AD}=(-1;-1;-1)$ $[\overline{AB}, \overline{AC}]=(-3;0;3), [\overline{AC}, \overline{AD}]=(-3;0;3)$

$$S_{ABCD}=S_{ABC}+S_{ACD}=\frac{1}{2}[[\overline{AB}, \overline{AC}]]+\frac{1}{2}[[\overline{AC}, \overline{AD}]]=\frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2+0^2+3^2}+\frac{1}{2}\sqrt{(-3)^2+0^2+3^2}=3\sqrt{2}$$

$H\left(-1; -\frac{1}{2}; -2\right)$ Đường cao SH đi qua H và nhận $[\overline{AB}, \overline{AC}]$ làm VTCP nên có phương trình

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = -\frac{1}{2} - 3t \\ z = -2 + 3t \end{cases} \quad S \in SH \Rightarrow S(-1 - 3t; -\frac{1}{2} - 3t; -2 + 3t)$$

$$\text{ĐK: } -1 - 3t > 0 \Leftrightarrow t < -\frac{1}{3} \Rightarrow SH = \sqrt{(-3t)^2 + (-3t)^2} = 3|t|\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3 \cdot 4}{3\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \quad 3|t|\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow S\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right)$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$, điểm $A(2; 1; 5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) , (Q) cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B, C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $5\sqrt{5}$. Khi đó phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Q) ?

A. $(Q): x + 2y + 2z - 4 = 0$.

B. $(Q): x + 2y + 2z - 6 = 0$.

C. $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$.

D. $(Q): x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Hướng dẫn

(P) song song với (Q) , nên mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - c = 0, (c \neq 1)$.

Giao điểm của (Q) và tia Ox là $B(c; 0; 0)$. Giao điểm của (Q) và tia Oy là $C\left(0; \frac{c}{2}; 0\right); c > 0$

$$\overline{AB} = (c - 2; -1; -5); \overline{BC} = \left(-c; \frac{c}{2}; 0\right), [\overline{AB}, \overline{BC}] = \left(\frac{5c}{2}; 5c; \frac{c^2}{2} - 2c\right).$$

Diện tích tam giác ABC bằng $5\sqrt{5}$ nên

$$\frac{1}{2} \| [\overline{AB}, \overline{BC}] \| = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow \left(\frac{5c}{2}\right)^2 + (5c)^2 + \left(\frac{c^2}{2} - 2c\right)^2 = 500 \Rightarrow c = 4.$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ (với $a^2+b^2+c^2>0$) đi qua hai điểm $B(1;0;2), C(-1;-1;0)$ và cách $A(2;5;3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $F=\frac{a+c}{b+d}$ là

- A. 1. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{2}{7}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn

$$\overline{BC}=(-2;-1;-2). \text{ Phương trình đường thẳng } BC: \begin{cases} x=1-2t \\ y=-t \\ z=2-2t \end{cases}$$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên BC , H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) .

Ta có $AH=d(A,(P))\leq AI$. Do đó AH đạt giá trị lớn nhất khi $H\equiv I$, khi đó mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với AI .

$$I\in BC\Rightarrow I(1-2t;-t;2-2t), \overline{AI}=(1+2t;5+t;1+2t)$$

$$AI\perp BC\Leftrightarrow \overline{AI}\cdot\overline{BC}=0\Leftrightarrow -2-4t-5-t-2-4t=0\Leftrightarrow t=-1.$$

Mặt phẳng (P) qua $I(3;1;4)$ có một vectơ pháp tuyến là $\overline{AI}=(-1;4;-1)$.

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (P): x-4y+z-3=0 \quad \text{Vậy } F=\frac{a+c}{b+d}=-\frac{2}{7}.$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(-1;0;1)$ và điểm M thay đổi trên đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB$ là

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. 3.

Hướng dẫn

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$

Do $M \in d \Rightarrow M(t; 1-t; 1+t)$.

Khi đó $\overline{MA} = (1-t; t; -1-t) \Rightarrow MA = \sqrt{3t^2 + 2}$ và $\overline{MB} = (-1-t; -1+t; -t) \Rightarrow MB = \sqrt{3t^2 + 2}$.

Do vậy $T = MA + MB = 2\sqrt{3t^2 + 2} \geq 2\sqrt{2}$. Suy ra $T_{\min} = 2\sqrt{2}$ khi $t=0 \Rightarrow M(0; 1; 1)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 1; 1)$; $B(1; 1; 0)$; $C(1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi điểm $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$ nên

$$\begin{cases} M \in (P) \\ MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x - z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1; 1; 1)$$

Ta có $\overline{MA} = (1; 0; 0)$; $\overline{MB} = (0; 0; 1) \Rightarrow [\overline{MA}, \overline{MB}] = (0; -1; 0)$

$\overline{MC} = (0; 1; 0) \Rightarrow [\overline{MA}, \overline{MB}] \cdot \overline{MC} = -1$

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{6} |[\overline{MA}, \overline{MB}] \cdot \overline{MC}| = \frac{1}{6}.$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua

điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $(P): x+2y+3z-11=0.$

B. $(P): x+2y+3z-14=0.$

C. $(P): x+2y+z-14=0.$

D. $(P): x+y+z-6=0.$

Hướng dẫn

Cách 1:

Gọi $OH \perp (ABC)$ tại H . Ta có: $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2}.$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $H \equiv M$.

Do đó: $\left(\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \right)_{\min} = \frac{1}{OM^2}$ khi (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ có VTPT $\overline{OM} = (1; 2; 3)$

Vậy (P) có phương trình: $(P): x+2y+3z-14=0.$

Cách 2:

Giả sử $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c \neq 0$.

Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$

Vì (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ nên ta có phương trình $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1$ (1).

Ta có: $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$

Theo bất đẳng thức Bunhiakopxki ta có: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \leq \sqrt{14 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)}.$

suy ra $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{\sqrt{14}}{14}$, dấu "=" xảy ra khi $a=2b=3c$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a=14 \\ b=7 \\ c=\frac{14}{3} \end{cases}.$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là: $x+2y+3z-14=0.$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $(P): 3x+2y+3z=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$. Phương trình của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm $A(1;2;-1)$ là

- A. $x^2+y^2+z^2+5x-4y-7z=0$. B. $x^2+y^2+z^2+4x+2y+2z=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-5x-4y-7z=0$. D. $x^2+y^2+z^2-7x-z=0$.

Hướng dẫn

Cách 1:

Phương trình mặt cầu (S_1) qua giao tuyến của mặt phẳng $(P): 3x+2y+3z=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$ có dạng: $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m(3x+2y+3z)=0$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+(3m-2)x+(2m-2)y+(3m-4)z=0.$$

$$\text{Mà } A(1;2;-1) \in (S_1) \Rightarrow 1^2+2^2+(-1)^2+(3m-2).1+(2m-2).2+(3m-4)(-1)=0 \Leftrightarrow m=-1.$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu } (S_1): x^2+y^2+z^2-5x-4y-7z=0.$$

$$\text{Cách 2: Phương trình } (C): \begin{cases} 3x+2y+3z=0 \\ x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } O(0;0;0), K(-1;0;1), B\left(0;-\frac{6}{13};\frac{4}{13}\right) \in (C).$$

$$\text{Phương trình mặt cầu } (S_1): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0 \text{ đi qua các điểm } O, K, B, A$$

$$\Rightarrow a=\frac{5}{2}, b=2, c=\frac{7}{2}. \text{ Vậy } (S_1): x^2+y^2+z^2-5x-4y-7z=0.$$

Phần Oxyz này các em xem ở File Update sẽ có nhiều kĩ thuật Casio hơn, do thời gian khá gấp anh chưa viết được nhiều các em chịu khó xem trên file Update nhé.

Luyện Hình Học Không Gian Hay và Khó

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a, AC = 2a, BAC = 60^\circ, SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $R = \frac{a\sqrt{55}}{6}$.

B. $R = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{11}}{2}$.

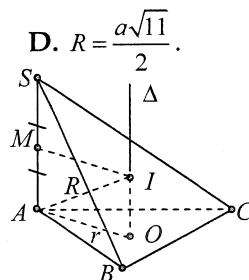
Hướng dẫn.

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = a\sqrt{3}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ và $\Delta \perp (ABC)$ tại O .

Trong mặt phẳng (SA, Δ) , đường trung trực của SA cắt Δ tại I . Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$. Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, ta có $r = AO$. Áp dụng định lý sin trong $\triangle ABC$ ta có

$$\frac{BC}{\sin A} = 2r \Rightarrow AO = r = a \Rightarrow R^2 = r^2 + \frac{SA^2}{4} = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD , $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

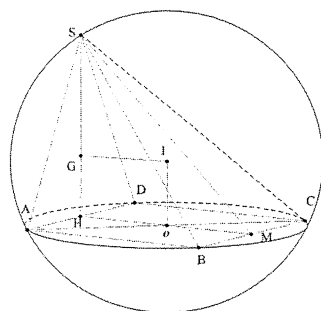
A. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{16\pi a^2}{9}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn



Ta có: $HD = \frac{a}{2}, SA = SD = \sqrt{SH^2 + HD^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = a$.

Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Dựng đường thẳng Δ qua O và vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Tam giác SAD đều cạnh bằng a .

Gọi G là trọng tâm tam giác SAD . Dựng trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAD cắt Δ tại I . Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$. $SG = \frac{2}{3}SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$,

$$IG = HO = a. R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}. \text{ Vậy } S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{16\pi a^2}{3}$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

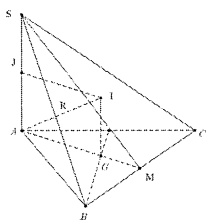
A. $\frac{43\pi}{4}$.

B. $\frac{43\pi}{36}$.

C. $\frac{43\pi}{12}$.

D. $\frac{4\pi a^3}{16}$.

Hướng dẫn



Ta có: $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}, AG = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Dựng đường thẳng Δ qua G và vuông góc mặt phẳng (ABC) .

Suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi J là trung điểm SA . Trong mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng SA và Δ kẻ đường thẳng trung trực của đoạn SA cắt Δ tại I . I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$$((SBC), (ABC)) = SMA = 60^\circ.$$

Tam giác SAM vuông tại A : $\tan SMA = \frac{SA}{AM} \Rightarrow SA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{2}. JA = \frac{SA}{2} = \frac{3}{4}$.

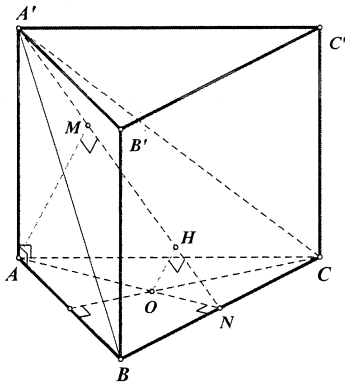
$$\Delta IAG \text{ vuông tại } J: R = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{JA^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{129}}{12}$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{129}{144} = \frac{43\pi}{12}.$$

Câu 4: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a . Khoảng cách từ tâm O của $\triangle ABC$ đến $(A'BC)$ là $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn



Gọi O là tâm, N là trung điểm BC , M là hình chiếu của A lên $A'N$. Khi đó ta có

$$d(O, (A'BC)) = \frac{a}{6} \Rightarrow AM = \frac{a}{2}.$$

Trong $\triangle AA'N$ vuông nên ta có

$$\frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AM^2} \Rightarrow A'A = a\sqrt{\frac{3}{8}}$$

$$\text{suy ra } V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 5: Hình trụ có bán kính bằng a . Gọi AB, CD là hai đường kính của hai đáy sao cho $AB \perp CD$. Thể tích khối trụ đó bằng bao nhiêu khi $ABCD$ là tứ diện đều.

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{2}$. B. $\pi a^3\sqrt{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{1}{3}\pi a^3\sqrt{3}$.

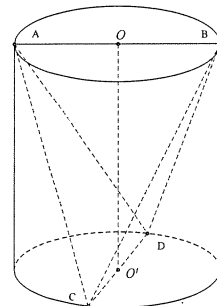
Hướng dẫn

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên chiều cao của hình trụ $h = OO'$

Ta có: $AO = a$; $AO' = \sqrt{AC^2 - O'C^2} = a\sqrt{3}$. Suy ra:

$$OO' = \sqrt{O'A^2 - AO^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \pi R^2 h = \pi a^2 \sqrt{2}.$$



Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$, tam giác SBC là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{3a}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Hướng dẫn

Vẽ $BD \parallel AC \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow d(AC; SB) = d(AC; (SBD)) = d(C; (SBD)) \quad (1)$$

Dễ thấy, H là trung điểm của BC (2)

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow d(C; (SBD)) = 2d(H; (SBD)) \quad (3)$$

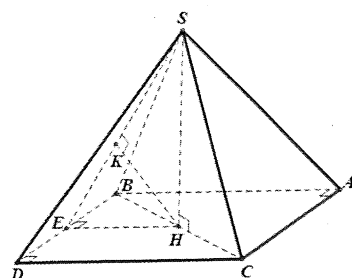
Gọi E là trung điểm của BD và K là hình chiếu của H lên SE .

$$\text{Khi đó } HK = d(H; (SBD)) \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (3) và (4)} \Rightarrow d(AC; SB) = 2HK \quad (5). \text{ Mặt khác, } SH = \frac{1}{2}BC = a \text{ và } HE = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHE, \text{ có } \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{2}{a\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7} \quad (6) \quad \text{Từ (5), (6)} \Rightarrow d(AC; SB) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD . Mặt bên (SAB) tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn

Vẽ $HK \perp AB$ (1).

Do $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AB$ (2).

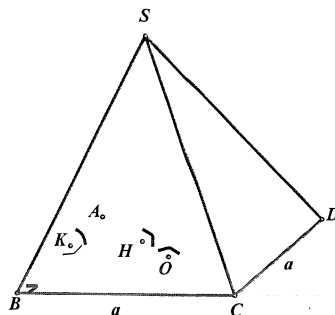
Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp SK$ (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow ((SAB); (ABCD)) = (KS; KH) = SKH = 60^\circ$

Dễ thấy $\triangle KAH \sim \triangle OAB$ (g-g)

$$\Rightarrow \frac{KH}{OB} = \frac{AH}{AB} \Leftrightarrow KH = \frac{AH \cdot OB}{AB} \quad (4)$$

$$\text{Do } \begin{cases} AH = \frac{2}{3} AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3} \\ OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}; AB = a \end{cases} \quad (5) \quad \text{Từ (4) và (5)} \Rightarrow KH = \frac{a}{3}.$$



$$\text{Vì } \triangle HKS \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = KH \cdot \tan SKH = \frac{a}{3} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3\sqrt{3}} \quad (6)$$

$$\text{Mặt khác } V_{S.ABCD} = 2V_{C.SAB} = 2 \cdot \frac{1}{3} d(C; (SAB)) \cdot S_{SAB} \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{3V_{S.ABCD}}{2 \cdot S_{SAB}} \quad (7)$$

$$\text{Trong đó } S_{SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SK = \frac{1}{2} AB \cdot \sqrt{HK^2 + SH^2} = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a^2}{3} \quad (8)$$

$$\text{Từ (6), (7) và (8)} \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{a^3}{3\sqrt{3}}}{\frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos ACB = \frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$.

B. $S = 13\pi a^2$.

C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Hướng dẫn

Gọi M là trung điểm đoạn BC .

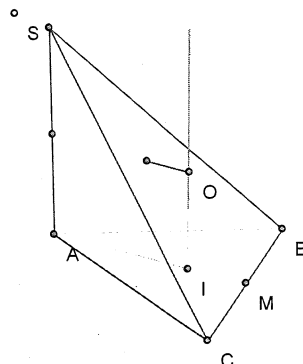
$$\cos ACB = \frac{MC}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow AC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow AM = 4a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 4a^2\sqrt{2}$$

Gọi tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là I, r .

Gọi tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là O, R .

$$\text{Ta có: } r = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S_{\Delta ABC}} = \frac{9a}{4} = IA.$$

$$\text{Ta có: } R = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \frac{a\sqrt{97}}{4} \text{ Vậy } S_{mc} = 4\pi R^2 = \frac{97\pi a^2}{4}.$$



Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh A , $AB=1(cm)$, $AC=\sqrt{3}(cm)$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{5\pi}{4}(cm^2)$. B. $20\pi(cm^2)$. C. $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$. D. $5\pi(cm^2)$.

Hướng dẫn

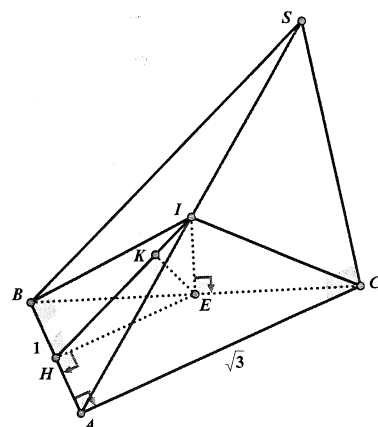
Gọi I là trung điểm của $SA \Rightarrow IA=IB=IC=IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi E, H lần lượt là trung điểm của BC, AB

Ta có: $AB \perp AC \Rightarrow EI \perp AB, AB \perp SB \Rightarrow IH \perp AB$

$$\Rightarrow AB \perp (IHE) \Rightarrow (SAB) \perp (IHE)$$

Kẻ $EK \perp IH \Rightarrow EK \perp (SAB)$



$$\Rightarrow EK = d(E, (SAB)) = \frac{d(C, (SAB))}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Do $\triangle ABC$ cân tại $I \Rightarrow IE \perp BC$

Mà $IE \perp AB \Rightarrow IE \perp (ABC) \Rightarrow IE \perp EH$

$$\text{Xét } \triangle IHE \text{ vuông tại } E \Rightarrow \frac{1}{EK^2} = \frac{1}{EH^2} + \frac{1}{IE^2} \Rightarrow \frac{1}{IE^2} = \frac{1}{EK^2} - \frac{1}{EH^2} = \frac{16}{3} - \frac{4}{3} = 4$$

$$\Rightarrow IE^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow IC^2 = IE^2 + EC^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 5\pi$$

Câu 10: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A , $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C'$ là

- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. B. $4\pi a^2$. C. $12\pi a^2$. D. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Hướng dẫn

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$

Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Do tam giác ABC vuông cân đỉnh A nên trung điểm O của II' là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{1}{2}\sqrt{BC^2 + C'C^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2a^2} = a$. Diện tích mặt cầu là $4\pi a^2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

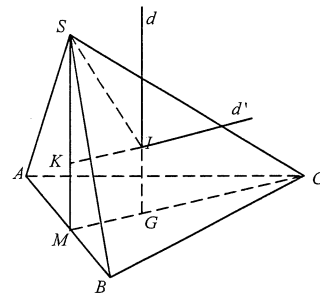
- A. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{18}$. B. $\frac{5\pi a^3 \sqrt{15}}{54}$. C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{5\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm AB , G, K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SAB .

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SM \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SM \perp (ABC)$$



Dựng d, d' lần lượt là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, SAB , suy ra $d \perp (ABC)$ tại $G, d' \perp (SAB)$ tại K .

Gọi $I = d \cap d'$ suy ra $IS = IA = IB = IC$, nên I là tâm của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp và có bán kính là IS . Ta có $GMKI$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow KI = GM = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}, SK = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Do đó } IS = \sqrt{SK^2 + KI^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}. \text{ Vậy } V_{(S)} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{5a^3\sqrt{15}}{54}.$$

Câu 12: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = 5$.

Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' , cắt hai đáy của hình trụ và tạo với đường thẳng OO' một góc 45° . Tính diện tích S của thiết diện tạo với mặt phẳng (α) và hình trụ.

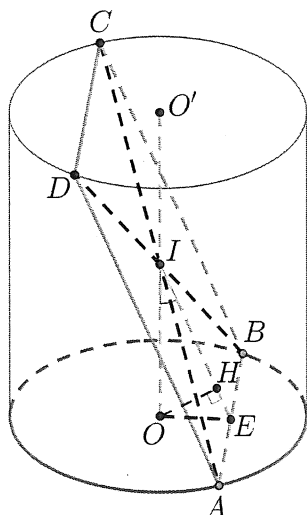
A. $S = 24\sqrt{2}$.

B. $S = 36$.

C. $S = 36\sqrt{2}$.

D. $S = 48\sqrt{2}$.

Hướng dẫn



Ta có: Thiết diện là hình bình hành $ABCD$ nhận I làm tâm.

Gọi E là trung điểm của AB . Ta có: $OE \perp AB$

Gọi $OH \perp IE$ tại H . Suy ra: $OH \perp (\alpha)$ nên

$\widehat{OIE} = 45^\circ$ và $IE \perp AB$. Suy ra:

$$OE = IO = 3; IE = 3\sqrt{2}; AB = 2AE = 8.$$

$$\text{Vậy } S = S_{ABCD} = 4S_{IAB} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot IE \cdot AB = 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 8 = 48\sqrt{2}$$

Câu 13: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1, AC=2, BAC=120^\circ$. Giả sử D là trung điểm của cạnh CC' và $BDA' = 90^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $2\sqrt{15}$. B. $\sqrt{15}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. D. $3\sqrt{15}$.

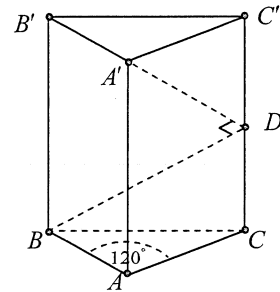
Hướng dẫn

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos BAC = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}.$$

$$\text{Đặt } AA' = h \Rightarrow BD^2 = \frac{h^2}{4} + 7, A'B^2 = h^2 + 1, A'D^2 = \frac{h^2}{4} + 4.$$

$$\text{Do tam giác } BDA' \text{ vuông tại } D \text{ nên } A'B^2 = BD^2 + A'D^2 \Rightarrow h = 2\sqrt{5}.$$

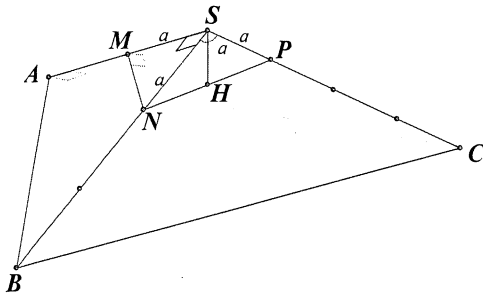
$$\text{Suy ra } V = \sqrt{15}.$$



Câu 14: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=2a, SB=3a, SC=4a, ASB=SAC=90^\circ$ và $BSC=120^\circ$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $2a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. D. $3a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn



Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy

M, N, P sao cho $SM = SN = SP = a$. Ta có:

$$MP = a, MN = a\sqrt{2}, NP = a\sqrt{3}. \text{ Suy ra } \triangle MNP$$

vuông tại M . Hạ SH vuông góc với mp (MNP) thì H là trung điểm của PN mà:

$$S_{\triangle MNP} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}, SH = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.MNP} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABCD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} = \frac{1}{24} \Rightarrow V_{S.ABCD} = 2a^3\sqrt{2}. \quad S_{\triangle ABC} = 3a^2$$

$$\text{Vậy: } d(C, (SAB)) = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{\Delta SAB}} = \frac{6a^3\sqrt{2}}{3a^2} = 2a\sqrt{2}.$$

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{3a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn

Kẻ $SH \perp (ABCD)$ tại $H \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Mà ΔABC cân tại B và $AC \perp BD \Rightarrow H \in BD$. Gọi O là giao điểm AC và BD .

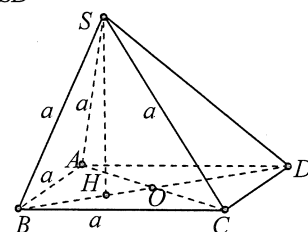
Ta có: $OB^2 = AB^2 - OA^2 = a^2 - (SA^2 - SO^2) = SO^2 \Rightarrow SO = OB = OD \Rightarrow \Delta SBD$ vuông tại S .

$$\Rightarrow SH.BD = SB.SD \Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{6}SB.SD.AC = \frac{1}{6}a.AC.SD$$

$$\text{Lại có } SD = \sqrt{BD^2 - SB^2} = \sqrt{BD^2 - a^2}.$$

$$\text{Mà } AC = 2OA = 2\sqrt{AB^2 - OB^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{BD^2}{4}} = \sqrt{4a^2 - BD^2}.$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6}a\sqrt{4a^2 - BD^2}.\sqrt{BD^2 - a^2} \leq \frac{a}{6} \cdot \frac{(4a^2 - BD^2) + (BD^2 - a^2)}{2} = \frac{a^3}{4}.$$



Câu 16: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng 4cm . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B' , sao cho $AB = 4\sqrt{3}\text{cm}$. Thể tích khối tứ diện $ABOO'$ là

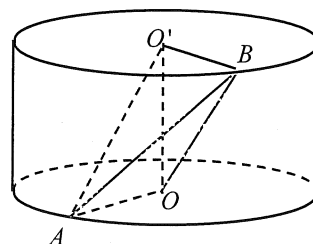
- A. $\frac{64}{3}\text{cm}^3$. B. 32cm^3 . C. 64cm^3 . D. $\frac{32}{3}\text{cm}^3$.

Hướng dẫn

Tam giác OAO' vuông cân tại $O \Rightarrow O'A = 4\sqrt{2}$.

Tam giác $O'AB$ có $AB^2 = O'B^2 + O'A^2$

$\Rightarrow \Delta O'AB$ vuông tại $O' \Rightarrow O'B \perp AO'$



Lại có $OO' \perp O'B \Rightarrow O'B \perp (OAO')$.

Tam giác OAO' vuông cân tại $O \Rightarrow S_{\Delta OAO'} = 8(\text{cm}^2)$

$$\Rightarrow V_{B.OAO'} = \frac{1}{3} \cdot O'B \cdot S_{\Delta OAO'} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 8 = \frac{32}{3}(\text{cm}^3)$$

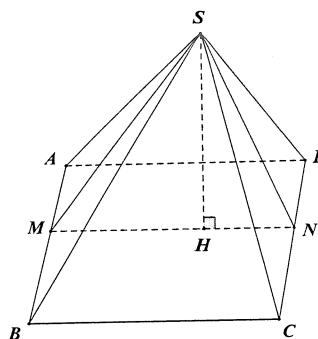
Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân đỉnh S . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.



Hướng dẫn

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Do

$$AB \perp (MN; SM) \Rightarrow AB \perp (SMN)$$

Ta có $(SMN) \perp (ABCD)$ nên hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ thuộc MN .

$$SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SN = \frac{a}{2}, MN = a. \quad SM^2 + SN^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 = MN^2 \text{ nên tam giác } SMN$$

vuông tại S .

$$SH \cdot MN = SM \cdot SN \Rightarrow SH = \frac{SM \cdot SN}{MN} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \quad V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Câu 18: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính diện tích tam giác SBC

A. $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $S = \frac{a^2}{3}$.

C. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

D. $S = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn

Dựng $OM \perp BC$ (M là trung điểm của BC).

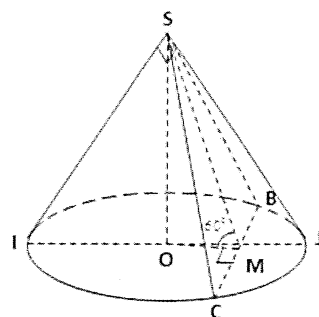
Vì $BC \perp SO$ nên $BC \perp SM$, từ đó ta có

$$[(SBC); \text{đáy}] = [SM, OM] = SMO = 60^\circ.$$

$$\text{Vì } SO = \frac{1}{2}IJ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ nên } SM = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } CM = \sqrt{SC^2 - SM^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}SM \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$



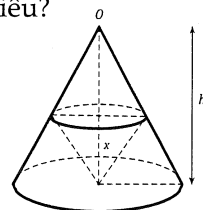
Câu 19: Cho khối nón đỉnh O , chiều cao là h . Một khối nón khác có đỉnh là tâm I của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của khối nón đỉnh I lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu?

A. $\frac{h}{2}$.

B. $\frac{h}{3}$.

C. $\frac{2h}{3}$.

D. $\frac{h\sqrt{3}}{3}$.



Hướng dẫn

Gọi x là chiều cao cần tìm. R, r lần lượt là chiều cao của khối nón lớn và bé. Khi đó

$$\frac{r}{R} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow r = \frac{R(h-x)}{h}. \text{ Thể tích khối nón đỉnh } I \text{ là}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi \left[\frac{R(h-x)}{h} \right]^2 x = \frac{\pi R^2}{6h^2} (h-x)^2 2x \stackrel{\text{Cauchy}}{\leq} \frac{\pi R^2}{6h^2} \frac{(h-x+h-x+2x)^3}{27} = \frac{4\pi R^2 h}{81}$$

$$\text{Dấu đẳng thức xảy ra khi } h-x=2x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Câu 20: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R . Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $4\pi R^2$.

B. $2\pi R^2$.

C. $2\sqrt{2}\pi R^2$.

D. $\sqrt{2}\pi R^2$.

Hướng dẫn

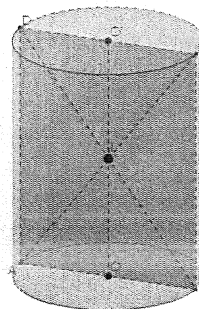
Gọi h là chiều cao của hình trụ thì bán kính đáy của hình trụ là $\frac{h}{2}$.

Gọi O, O' là tâm của hai đáy hình trụ thì tâm I của mặt cầu là trung điểm của OO' hay $IO = \frac{h}{2}$.

Ta có hình trụ nội tiếp mặt cầu nên

$$2IO^2 = R^2 \Rightarrow 2\frac{h^2}{4} = R^2 \Rightarrow h = R\sqrt{2}.$$

$$S_{xq} = 2\pi \cdot \frac{h}{2} \cdot h = 2\pi R^2.$$



Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Kẻ $EK \perp SD$ tại K . Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K bằng:

A. $\frac{1}{2}a$.

B. a .

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}a$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Hướng dẫn

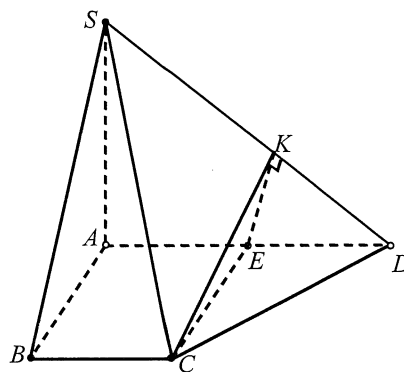
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành

$$\Rightarrow AB \parallel CE \Rightarrow CE \perp AD \text{ Mà } CE \perp SA \Rightarrow CE \perp (SAD)$$

$$\Rightarrow CE \perp SD \text{ mà } EK \perp SD \Rightarrow SD \perp (CEK) \Rightarrow SK \perp CK$$

Suy ra các điểm A, B, E, K cùng nhìn hai điểm S, C dưới một góc vuông nên 6 điểm S, A, B, C, E, K cùng thuộc



mặt cầu đường kính SC .

$$\text{Bán kính mặt cầu: } R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 + 2a^2}}{2} = a.$$

Câu 22: Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

- A. $9V_1 = 8V_2$. B. $3V_1 = 2V_2$. C. $16V_1 = 9V_2$. D. $27V_1 = 8V_2$.

Hướng dẫn

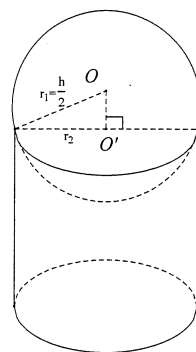
Gọi r_1 là bán kính quả bóng, r_2 là bán kính chiếc chén, h là chiều cao chiếc chén.

Theo giả thiết ta có $h = 2r_1 \Rightarrow r_1 = 2h$ và $OO' = \frac{r_1}{2} = \frac{h}{4}$.

$$\text{Ta có } r_2^2 = \left(\frac{h}{2}\right)^2 - \left(\frac{h}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}h^2.$$

$$\text{Thể tích của quả bóng là } V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{h}{2}\right)^3 = \frac{1}{6}\pi h^3$$

$$\text{và thể tích của chén nước là } V_2 = B.h = \pi r_2^2 h = \frac{3}{16}\pi h^3 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{9}.$$



Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích xung quanh mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{5\pi a^2}{3}$. B. $\frac{5\pi a^2}{6}$. C. $\frac{\pi a^2}{3}$. D. $\frac{5\pi a^2}{12}$.

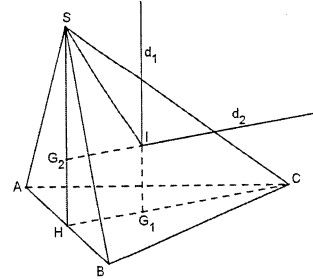
Hướng dẫn

Do mặt phẳng (SAB) vuông góc (ABC) với theo giao tuyến AB .

Dựng $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của ΔABC và ΔSAB .

Dựng đường thẳng d_1 đi qua G_1 và vuông góc với (ABC) , dựng đường thẳng d_2 đi qua G_2 và vuông góc với (SAB) .

Gọi d_1 cắt d_2 tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ và bán kính là $R = SI$.



$$\text{Ta có } SH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SG_2 = \frac{2}{3}SH = \frac{a}{\sqrt{3}} \text{ và } G_2I = HG_1 = \frac{1}{3}HC = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Khi đó } R = SI = \sqrt{SG_2^2 + G_2I^2} = \frac{a\sqrt{15}}{6}. \text{ Vậy } S_{xq} = 4\pi R^2 = \frac{5\pi a^2}{3}.$$

Câu 24: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$ và điểm C thay đổi trên nửa đường tròn đó, đặt $\alpha = \angle CAB$ và gọi H là hình chiếu vuông góc của C lên AB . Tìm α sao cho thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB đạt giá trị lớn nhất.

- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 45^\circ$. C. $\arctan \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\alpha = 30^\circ$.

Hướng dẫn

$$AC = AB \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos \alpha \quad CH = AC \cdot \sin \alpha = 2R \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha; \quad AH = AC \cdot \cos \alpha = 2R \cdot \cos^2 \alpha$$

Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ACH quanh trục AB là

$$V = \frac{1}{3}AH \cdot \pi CH^2 = \frac{8}{3}R^3 \cdot \cos^4 \alpha \cdot \sin^2 \alpha. \text{ Đặt } t = \cos^2 \alpha \text{ (} 0 < t < 1 \text{)} \Rightarrow V = \frac{8}{3}R^3 t^2 (1-t)$$

$$= \frac{8}{6}R^3 t t (2-2t) \leq \frac{8}{6}R^3 \left(\frac{t+t+2-2t}{3} \right)^3 \text{ Vậy } V \text{ lớn nhất khi } t = \frac{2}{3} \text{ khi } \alpha = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 25: Người ta bỏ 5 quả bóng bàn cùng kích thước vào một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 5 lần đường kính

của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 5 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là :

A. 2.

B. $\frac{6}{5}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn

Gọi bán kính của quả bóng bàn là R ($R > 0$)

Ta có chiều cao h của hình trụ bằng 5 lần đường kính của quả bóng bàn nghĩa là :
 $h = 5.2R = 10R$ Khi đó : $S_1 = 5.4\pi.R^2 = 20\pi R^2$

Và $S_2 = 2\pi R.h = 2\pi R.10R = 20\pi R^2$. Vậy : $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 26 : Số mặt đối xứng của hình tứ diện đều là bao nhiêu?

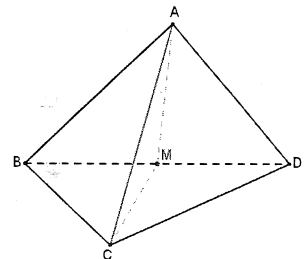
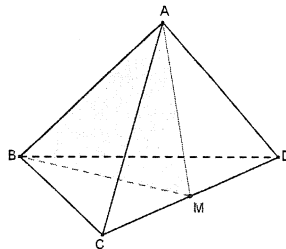
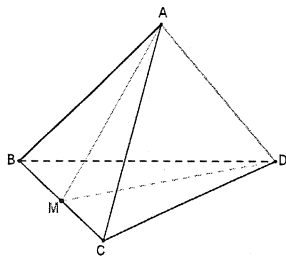
A. 1.

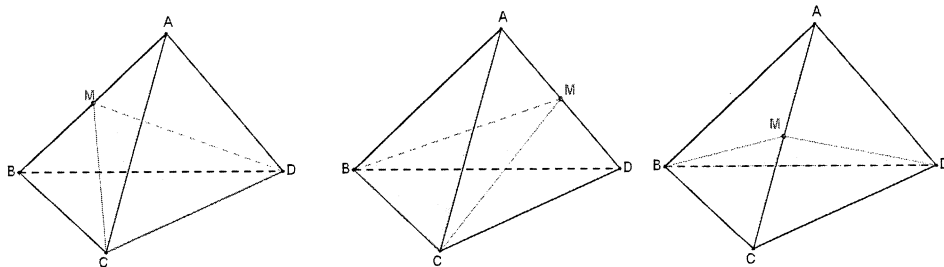
B. 4.

C. 6.

D. 8.

Hình tứ diện đều có 6 mặt đối xứng (Hình vẽ).



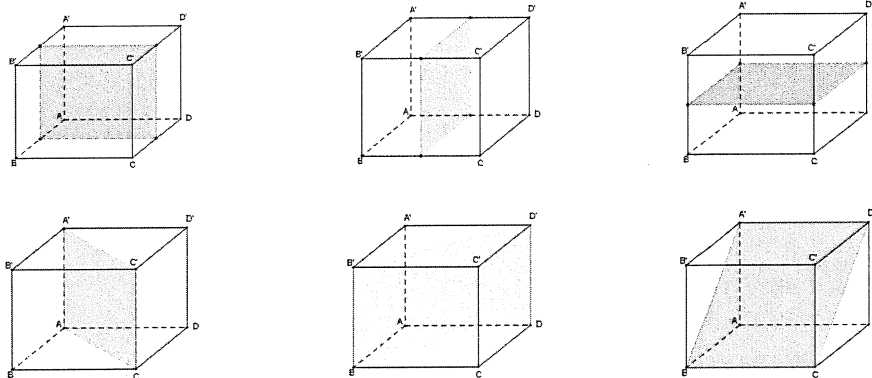


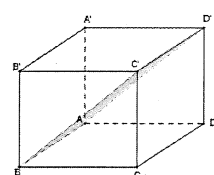
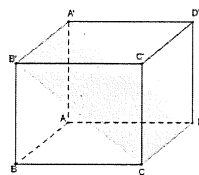
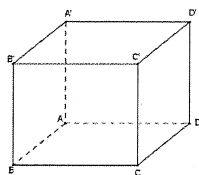
Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có một tâm đối xứng.
- B. Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích toàn phần là $6a^2$.
- C. Hình lập phương có 8 mặt đối xứng.
- D. Thể tích của tứ diện $A'ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

Hướng dẫn

Hình lập phương có 9 mặt đối xứng (Hình vẽ).





Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên SBC và đáy bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{43\pi}{48}$.

B. $\frac{43\pi}{36}$.

C. $\frac{43\pi}{4}$.

D. $\frac{43\pi}{12}$.

Hướng dẫn

Gọi H, M lần lượt là trung điểm BC, SA ;

G là trọng tâm ΔABC .

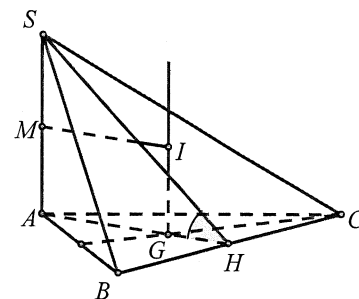
Ta có $[(SBC), (ABC)] = (SH, AH) = SHA = 60^\circ$

$$\Delta ABC \text{ đều, cạnh bằng } 1 \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = AH \tan 60^\circ = \frac{3}{2}$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

$$R^2 = IA^2 = IG^2 + AG^2 = \left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}AH\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{43}{48}$$

$$\text{Diện tích mặt cầu } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{43}{48} = \frac{43\pi}{12}.$$



Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của $AD, SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16\pi a^2}{3}$.

B. $\frac{16\pi a^2}{9}$.

C. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn

Gọi I' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAD$

O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$

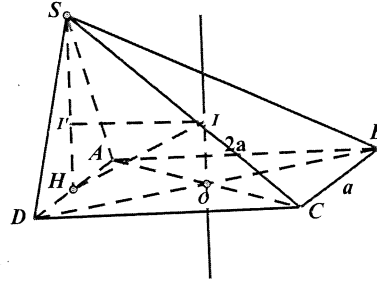
I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $SD = SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = a \Rightarrow \triangle SAD$ đều

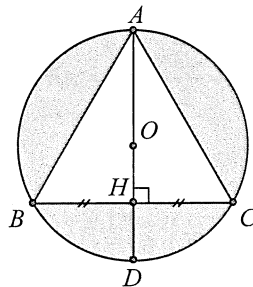
$$\Rightarrow I'A = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\Rightarrow R = IA = \sqrt{I'A^2 + II'^2} = \sqrt{I'A^2 + HO^2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy } S = 4\pi R^2 = \frac{16\pi a^2}{3}$$



Câu 30: Cho tam giác ABC đều cạnh a và nội tiếp trong đường tròn tâm O , AD là đường kính của đường tròn tâm O . Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm (hình vẽ bên) quay quanh đường thẳng AD bằng



A. $\frac{23\pi a^3 \sqrt{3}}{126}$

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$

C. $\frac{20\pi a^3 \sqrt{3}}{217}$

D. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{27}$

Hướng dẫn

Khi quay tam giác ABC quanh trục AD được khối nón có thể tích là:

$$N = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot HC^2 \cdot AH = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{24}$$

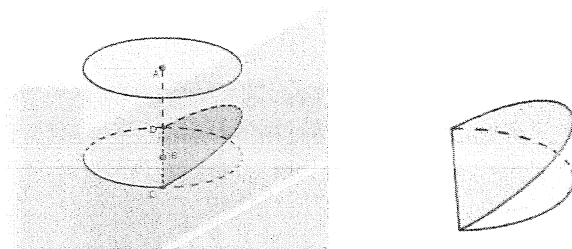
Khi quay đường tròn tâm O quanh trục AD được khối cầu có thể tích là:

$$V = \frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{4}{3}\pi.AO^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$$

Thể tích khối tròn xoay cần tìm: $V - N = \frac{23\sqrt{3}\pi a^3}{216}$

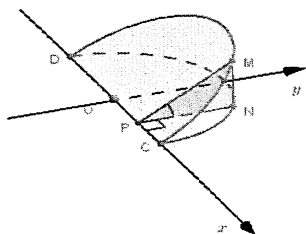
Toán Ứng Dụng

Câu 1: Một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng $10(cm)$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc 45° . Thể tích của khối gỗ bé là



- A. $\frac{2000}{3}(cm^3)$. B. $\frac{1000}{3}(cm^3)$. C. $\frac{2000}{7}(cm^3)$. D. $\frac{2000}{9}(cm^3)$.

Hướng dẫn



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó khúc gỗ bé có đáy là nửa hình tròn có phương trình: $y = \sqrt{100 - x^2}$, $x \in [-10, 10]$

Một mặt phẳng cắt vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $x \in [-10, 10]$

cắt khúc gỗ bé theo thiết diện có diện tích là $S(x)$ (xem hình).

Để thấy $NP = y$ và $MN = NP \tan 45^\circ = y = \sqrt{100 - x^2}$.

Suy ra $S(x) = \frac{1}{2}MN.PN = \frac{1}{2}(100 - x^2)$

Khi đó thể tích khúc gỗ bé là $V = \int_{-10}^{10} S(x) dx = \frac{1}{2} \int_{-10}^{10} (100 - x^2) dx = \frac{2000}{3} (cm^3)$.

Công thức giải nhanh : $V = \frac{2}{3} R^3 \tan \alpha$

Câu 2: Số lượng của một loài vi khuẩn sau t (giờ) được xấp xỉ bởi đẳng thức $Q(t) = Q_0 \cdot e^{0.195t}$, trong đó Q_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu. Nếu số lượng vi khuẩn ban đầu là 5000 con thì sau bao nhiêu giờ, số lượng vi khuẩn có 100.000 con?

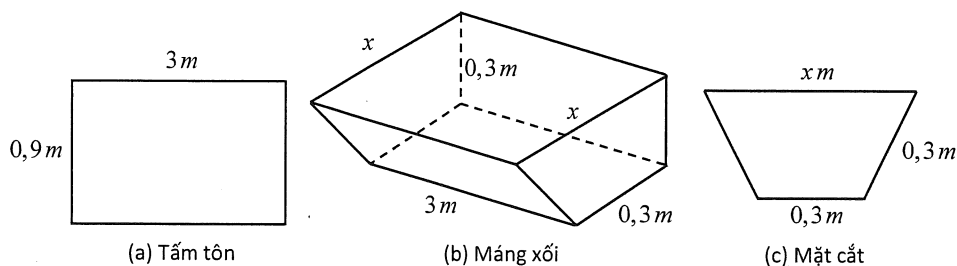
- A. 20. B. 24. C. 15,36. D. 3,55.

Hướng dẫn

Từ giả thiết ta suy ra $Q(t) = 5000 \cdot e^{0.195t}$. Để số lượng vi khuẩn là 100.000 con thì

5000e^{0.195x} = 10000
 X = 15.36272961
 L-R = 0

Câu 3: Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m \times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (bị cắt bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



- A. $x = 0,5m$. B. $x = 0,65m$. C. $x = 0,4m$. D. $x = 0,6m$.

Hướng dẫn

Gọi h là chiều cao của lăng trụ

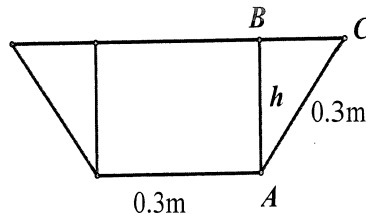
Vì chiều cao lăng trụ bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích hình thang cân (mặt cắt) lớn nhất

$$\text{Ta có } S = \frac{h}{2}(x+0,3) \quad BC = \frac{x-0,3}{2} (x > 0,3) \Rightarrow h = \sqrt{(0,3)^2 - \frac{(x-0,3)^2}{4}}$$

$$\text{ĐK: } (0,3)^2 - \frac{(x-0,3)^2}{4} > 0; (0,3 < x < 0,9)$$

Khi đó:

$$S = \frac{1}{4}(x+0,3)\sqrt{4.(0,3)^2 - (x-0,3)^2}$$



CALC các đáp án

$$\begin{array}{ccc} 0.25(X+0.3)\sqrt{4 \times 0.3^2 - (X-0.3)^2} & 0.25(X+0.3)\sqrt{4 \times 0.3^2 - (X-0.3)^2} & 0.25(X+0.3)\sqrt{4 \times 0.3^2 - (X-0.3)^2} \\ 0.113137085 & 0.1157431828 & 0.1035313962 \end{array}$$

Đáp án D.

$$\begin{array}{c} 0.25(X+0.3)\sqrt{4 \times 0.3^2 - (X-0.3)^2} \\ 0.1169134295 \end{array}$$

Câu 4: Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng).

Khẳng định đúng là:

- A. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 3.200.000 (đồng).
- B. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.
- C. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 2.700.000 (đồng).

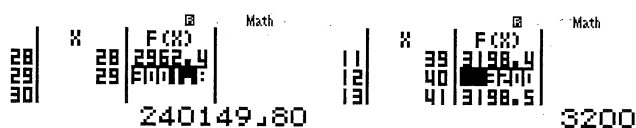
D. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

Hướng dẫn

Số tiền của chuyến xe buýt chở x hành khách là

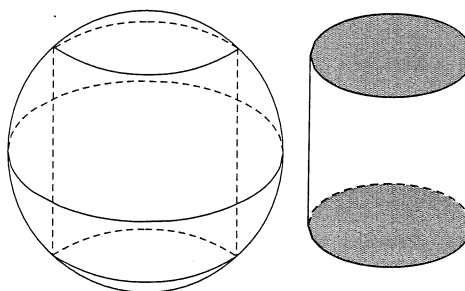
$$f(x) = 20x \cdot \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 \quad (0 < x \leq 50)$$

Table: 2 lần 1 lần chạy từ 1 tới 29, 1 lần chạy từ 29 tới 50



Vậy: một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng: 3.200.000 (đồng)

Câu 5: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R , người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.



A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$

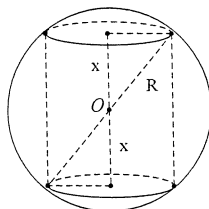
B. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$

C. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$

D. $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$

Hướng dẫn

Giả sử $2x$ là chiều cao hình trụ ($0 < x < R$) (xem hình vẽ)



Bán kính của khối trụ là $r = \sqrt{R^2 - x^2}$. Thể tích khối trụ là: $V = \pi(R^2 - x^2)2x$.

Xét hàm số $V(x) = \pi(R^2 - x^2)2x$, $0 < x < R$, có $V'(x) = 2\pi(R^2 - 3x^2) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

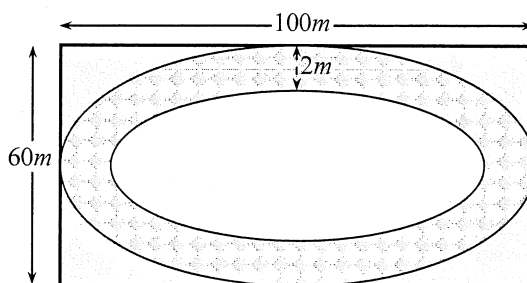
Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{R\sqrt{3}}{3}$	R	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	\nearrow	$\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$	\searrow	\cap

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là

$$\frac{2R\sqrt{3}}{3}; V_{\max} = \frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}.$$

Câu 6: Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 và chiều rộng là 60m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2m. Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 293904000.

B. 283904000.

C. 293804000.

D. 283604000.

Hướng dẫn

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ O vào tâm của hình Elip.

Phương trình Elip của đường viền ngoài của con đường là $(E_1): \frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{30^2} = 1$. Phần đồ thị của (E_1) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} = f_1(x)$.

Phương trình Elip của đường viền trong của con đường là $(E_2): \frac{x^2}{48^2} + \frac{y^2}{28^2} = 1$. Phần đồ thị của (E_2) nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} = f_2(x)$.

Gọi S_1 là diện tích của (E_1) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y = f_1(x)$. Gọi S_2 là diện tích của (E_2) và bằng hai lần diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số $y = f_2(x)$.

Gọi S là diện tích con đường. Khi đó

$$S = S_1 - S_2 = 2 \int_{-50}^{50} 30\sqrt{1 - \frac{x^2}{50^2}} dx - 2 \int_{-48}^{48} 28\sqrt{1 - \frac{x^2}{48^2}} dx.$$

$$\text{Tính tích phân } I = 2 \int_{-a}^a b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} dx, (a, b \in \mathbb{R}^+).$$

Đặt $x = a \sin t, \left(-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = a \cos t dt$.

Đổi cận $x = -a \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}; x = a \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$.

$$\text{Khi đó } I = 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} b \sqrt{1 - \sin^2 t} \cdot a \cos t dt = 2ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = ab \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$$

$$= ab \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = ab\pi.$$

$$\text{Do đó } S = S_1 - S_2 = 50.30\pi - 48.28\pi = 156\pi.$$

Vậy tổng số tiền làm con đường đó là $600000 \cdot S = 600000 \cdot 156\pi \approx 294053000$ (đồng).

Giải nhanh: Nhớ nhanh công thức tính diện tích Elip là $S = \pi ab$ trừ lớn cho bé cho nhanh

Câu 7: Sự tăng trưởng của loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu gần đúng nhất với kết quả nào trong các kết quả sau đây.

- A. 3 giờ 20 phút. B. 3 giờ 9 phút. C. 3 giờ 40 phút. D. 3 giờ 2 phút.

Hướng dẫn giải

Ta có : $300 = 100 \cdot e^{5r} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}$ Gọi thời gian cần tìm là t .

Theo yêu cầu bài toán, ta có : $200 = 100 \cdot e^{rt} \Leftrightarrow e^{rt} = 2 \Leftrightarrow rt = \ln 2 \Leftrightarrow t = \frac{5 \cdot \ln 2}{\ln 3} \approx 3,15(h)$

Vậy $t = 3$ giờ 9 phút

Câu 8: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A trên mặt biển cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{ km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở cách B 7 km . Người canh hải đăng có thể chèo đò đến điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h . Vị trí của điểm M cách B một khoảng bằng bao nhiêu để người đó đi đến kho C ít tốn thời gian nhất.

A. 0 km .

B. 7 km .

C. $2\sqrt{5}\text{ km}$.

D. $5\sqrt{2}\text{ km}$.

Hướng dẫn

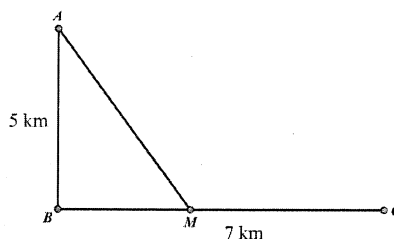
Đặt $BM = x$, ta có $AM = \sqrt{x^2 + 25}$, $BC = 7 - x$

Thời gian để người canh hải đăng

đi từ A đến C là $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$, $(0 \leq x \leq 7)$

CALC các đáp án $\Rightarrow BM = 2\sqrt{5}\text{ (km)}$.



Câu 9: Một sợi dây kim loại dài $0,9\text{ m}$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tìm độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) sao cho tổng diện tích của tam giác và hình chữ nhật là nhỏ nhất.

A. $\frac{60}{2 - \sqrt{3}}$.

B. $\frac{60}{\sqrt{3} + 2}$.

C. $\frac{30}{1 + \sqrt{3}}$.

D. $\frac{240}{\sqrt{3} + 8}$.

Hướng dẫn

Gọi a, b lần lượt là độ dài cạnh tam giác đều và chiều rộng hình chữ nhật.

Khi đó $3a + 6b = 90\text{ (cm)} \Rightarrow b = \frac{30 - a}{2}\text{ (cm)}$.

$$S = S_{\Delta} + S_{\square} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + 2b^2 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} + 2\left(\frac{30 - a}{2}\right)^2 = \frac{(2 + \sqrt{3})a^2 - 120a + 1800}{4}.$$

Để S nhỏ nhất thì $f(a) = (2 + \sqrt{3})a^2 - 120a + 1800$ nhỏ nhất với $a \in (0; 30)$.

$$f'(a) = 2(2 + \sqrt{3})a - 120, f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{2 + \sqrt{3}} \in (0; 30).$$

$$\text{Ta có } f(0) = 1800, f(30) = 900\sqrt{3}, f\left(\frac{60}{2 + \sqrt{3}}\right) = 3600\sqrt{3} - 5400.$$

$$\text{Nên } \min_{a \in (0; 30)} f(a) = f\left(\frac{60}{2 + \sqrt{3}}\right) = 3600\sqrt{3} - 5400.$$

Vậy $a = \frac{60}{2 + \sqrt{3}}$ thì S nhỏ nhất.

Câu 10: Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.

A. $r = \frac{3}{2}$.

B. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $r = 2\sqrt{2}$.

D. $r = 3$.

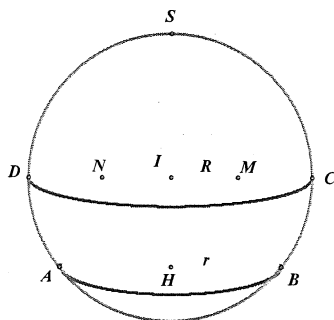
Hướng dẫn giải

Gọi bán kính và thể tích của hình cầu là R và V_c

$$\text{Theo giả thiết } V_c = 36\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi.r.SA = \pi.r.\sqrt{SH^2 + r^2}$ (1) Mà

$$\begin{cases} SH = SI + IH = R + IH = 3 + IH \\ IH = \sqrt{IA^2 - HA^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9 - r^2} \end{cases} \Rightarrow SH = 3 + \sqrt{9 - r^2} \quad (2)$$

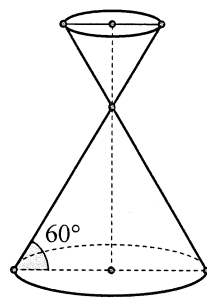


$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow S_{xq} = \pi r \sqrt{\left(3 + \sqrt{9 - r^2}\right)^2 + r^2}$$

Các em CALC từng đáp án $\rightarrow C$

Câu 12: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc 60° như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là 30cm và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\text{ cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu ?

- A. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{64}$. D. $\frac{1}{27}$.



Hướng dẫn

Gọi h, h', r, r' ($h \geq \frac{30}{2} = 15$) lần lượt là chiều cao, bán kính của hình nón phía dưới và phía trên của đồng hồ. Ta có: $r = \frac{h}{\tan 60^\circ} = \frac{h}{\sqrt{3}}$; $h' = 30 - h$; $r' = \frac{h'}{\sqrt{3}} = \frac{30 - h}{\sqrt{3}}$. Khi đó: thể tích của đồng hồ:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{1}{3}\pi r'^2 h' = \frac{1}{3}\pi \left(\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2 h + \left(\frac{30-h}{\sqrt{3}}\right)^2 (30-h) \right) = 1000\pi$$

$$SOLVE \Rightarrow \begin{cases} h = 20 \\ h = 10 (< 15) \end{cases} \Leftrightarrow h = 20 \Rightarrow h' = 10$$

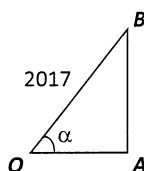
Do 2 hình nón đồng dạng nên $\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{h'}{h}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Câu 13 : Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác OAB vuông ở A thuộc trục hoành, điểm B nằm trong góc phần tư thứ nhất và $OB = 2017$, $\angle AOB = \alpha$, $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$.

Khi quay tam giác OAB quanh trục Ox ta được một khối nón tròn xoay. Thể tích của khối nón đó lớn nhất khi:

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn



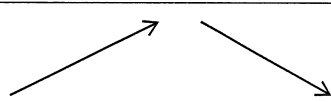
Khi xoay tam giác OAB quanh trục Ox tạo thành hình nón có đường cao là $OA = 2017 \cdot \cos \alpha$ và bán kính đáy là $AB = OB \cdot \sin \alpha = 2017 \cdot \sin \alpha$.

$$\begin{aligned} \text{Thể tích khối nón bằng: } V &= \frac{1}{3} \pi \cdot AB^2 \cdot OA = \frac{1}{3} \pi (2017 \cdot \sin \alpha)^2 \cdot 2017 \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{1}{3} \pi 2017^3 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = (1-t^2)t$ với $t = \cos x$; $t \in (0;1)$ do $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta có: $f'(t) = -3t^2 + 1$

Ta có bảng biến thiên:

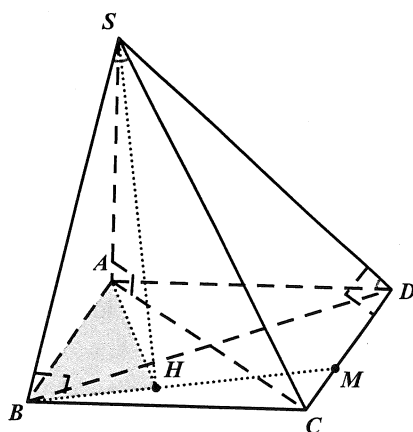
t	$-\infty$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$+\infty$
$f'(t)$		+	0	-	
$f(t)$					

Vậy thể tích khối nón lớn nhất khi $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ hay $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30° . Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S trên đường thẳng BM . Khi điểm M di động trên cạnh CD thì thể tích của khối chóp $S.ABH$ đạt giá trị lớn nhất bằng:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn



Góc giữa SC và (SBC) là $\widehat{CSB} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30^\circ$

Ta có

$$\tan \widehat{CSB} = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = a\sqrt{3}; SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$$

Đặt $CM = x, (0 \leq x \leq a) \Rightarrow DM = a - x$,

Ta có

$$\begin{cases} BM \perp SH \\ BM \perp SA \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAH) \Rightarrow BM \perp AH$$

$$\text{Ta có } S_{BMC} = \frac{1}{2} BC \cdot CM = \frac{1}{2} ax, S_{ADM} = \frac{1}{2} AD \cdot DM = \frac{1}{2} a \cdot (a - x); S_{ABM} = S_{ABCD} - S_{AMC} - S_{ADM} = \frac{a^2}{2}$$

$$\text{Ta có } S_{ABM} = \frac{1}{2} AH \cdot BM \Rightarrow AH = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} ; BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Thể tích của khối chóp $S.ABH$ là

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABH} = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} BH \cdot AH = \frac{1}{6} a \sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{\sqrt{2}}{6} a^4 \cdot \frac{x}{a^2 + x^2} \quad (*)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{a^2 + x^2}, x \in [0; a]$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{a^2 - x^2}{(a^2 + x^2)^2}; f'(x) = 0 \Rightarrow x = a$$

Trên đoạn $[0; a]$ ta có $f'(x) \geq 0, \forall x \in [0; a]$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của } V \text{ tại } x = a \Rightarrow V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$$

$$\text{Cách 2: Từ } (*) V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^4 \cdot \frac{x}{a^2 + x^2} \leq \frac{\sqrt{2}}{6} a^4 \cdot \frac{1}{2a} = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}. \text{ Dấu } = \text{ khi } : x = a.$$

Cách 3: Dễ thấy H nhìn AB dưới góc vuông nên $V_{S.ABH}$ lớn nhất khi S_{ABH} lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv O$ (tâm của hình vuông) $\Leftrightarrow x = a$. Từ đó có kết quả.

Câu 15: Một bác nông dân vừa bán một con trâu được số tiền là 20.000.000 (đồng). Do chưa cần dùng đến số tiền nên bác nông dân mang toàn bộ số tiền đó đi gửi tiết kiệm ngân hàng loại kỳ hạn 6 tháng với lãi suất kép là 8,5% một năm. Hỏi sau 5 năm 8 tháng bác nông dân nhận được bao nhiêu tiền cả vốn lẫn lãi (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết rằng bác nông dân đó không rút vốn cũng như lãi trong tất cả các định kỳ trước và nếu rút trước thời hạn thì ngân hàng trả lãi suất theo loại không kỳ hạn với lãi suất 0,01% một ngày (1 tháng tính 30 ngày).

A. 31.802.750 (đồng). B. 31.803.311 (đồng). C. 32.833.110 (đồng). D. 33.083.311 (đồng)

Hướng dẫn

$$\text{Một kì hạn 6 tháng có lãi suất là } \frac{8,5\%}{2} = 4,25\%/\text{kỳ}$$

x	0	2.4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0 -
$f(x)$			

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ đạt được tại $x = 2,4(m)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB = BC = a\sqrt{3}$, góc $SAB = SCB = 90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$.

B. $8\pi a^2$.

C. $12\pi a^2$.

D. $2\pi a^2$.

Hướng dẫn

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) . Ta có: $AB \perp SA, AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AD$. Tương tự $CB \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp DC$. Suy ra $ABCD$ là hình vuông

Gọi H là hình chiếu của D trên $SC \Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = d(D, (SBC)) = DH = a\sqrt{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SCD , ta có $\frac{1}{SD^2} = \frac{1}{SH^2} - \frac{1}{DC^2} \Rightarrow SD = a\sqrt{6}$.

Gọi I là trung điểm SB ta có $IA = IB = IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Suy ra bán kính mặt cầu là $r = \frac{SC}{2} = a\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi r^2 = 12\pi a^2$

Câu 18: Một vật chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = 3t + t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng $10s$ kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

A. $\frac{3400}{3}m$.

B. $\frac{4300}{3}m$.

C. $\frac{130}{3}m$.

D. $130m$.

Hướng dẫn

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = \int (3t + t^2) dt = \frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C$.

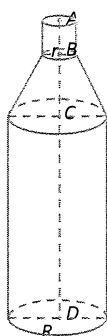
Do $v(0) = 10$ nên $C = 10$.

Vậy quãng đường vật di chuyển trong 10s kể từ khi chuyển động là:

$$\int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} \left(\frac{3t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + 10 \right) dt = \left(\frac{t^3}{2} + \frac{t^4}{12} + 10t \right) \Big|_0^{10} = \left(\frac{10^3}{2} + \frac{10^4}{12} + 10 \times 10 \right) = \frac{4300}{3} \text{ (m)}$$

Câu 19: Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên.

Biết bán kính đáy bằng $R = 5\text{cm}$, bán kính cổ $r = 2\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $CD = 16\text{cm}$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng:



A. $495\pi(\text{cm}^3)$.

B. $462\pi(\text{cm}^3)$.

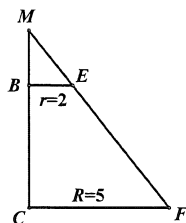
C. $490\pi(\text{cm}^3)$.

D. $412\pi(\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn

Thể tích khối trụ có đường cao CD : $V_1 = \pi R^2 \cdot CD = 400\pi(\text{cm}^3)$.

Thể tích khối trụ có đường cao AB : $V_2 = \pi r^2 \cdot AB = 12\pi(\text{cm}^3)$.



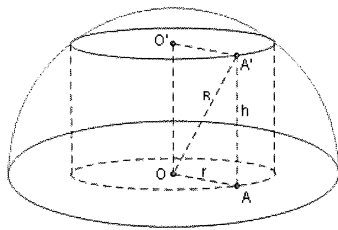
Ta có $\frac{MC}{MB} = \frac{CF}{BE} = \frac{5}{2} \Rightarrow MB = 4$

Thể tích phần giới hạn giữa BC : $V_3 = \frac{\pi}{3} (R^2 \cdot MC - r^2 \cdot MB) = 78\pi(\text{cm}^3)$.

Suy ra: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 490\pi (cm^3)$. Chọn C

Câu 20: Khi cắt mặt cầu $S(O, R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O, R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$, tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O, R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r = \frac{\sqrt{3}}{2}, h = \frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $r = \frac{\sqrt{6}}{2}, h = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $r = \frac{\sqrt{6}}{3}, h = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $r = \frac{\sqrt{3}}{3}, h = \frac{\sqrt{6}}{3}$

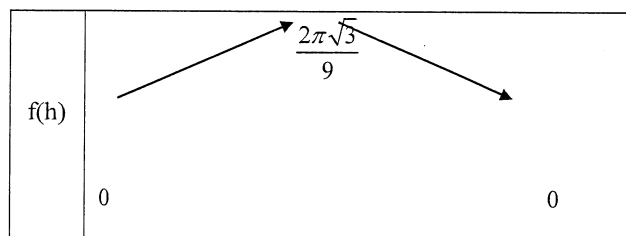


Hướng dẫn

Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu. Ta có: $h^2 + r^2 = R^2$
 $(0 < h \leq R=1) \Rightarrow r^2 = 1 - h^2$

Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi(1 - h^2)h = f(h) \Rightarrow f'(h) = \pi(1 - 3h^2) = 0 \Leftrightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{3}$

h	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
$f(h)$	+	0	-



Vậy: $\underset{(0;1]}{Max} V = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$ và $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 21: Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

A. $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}m$.

B. $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}m$.

C. $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}m$.

D. $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}m$.



Hướng dẫn

Bạn A chia sợi dây thành hai phần có độ dài $x(m)$ và $20-x(m)$, $0 < x < 20$ (như hình vẽ).

Phần đầu uốn thành tam giác đều có cạnh $\frac{x}{3}(m)$, diện tích

$$S_1 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x^2\sqrt{3}}{36}(m^2)$$


Phần còn lại uốn thành hình vuông có cạnh $\frac{20-x}{4}(m)$, diện tích

$$S_2 = \left(\frac{20-x}{4}\right)^2(m^2)$$

Tổng diện tích hai hình nhỏ nhất khi $f(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{36} + \left(\frac{20-x}{4}\right)^2$ nhỏ nhất trên khoảng $(0;20)$.

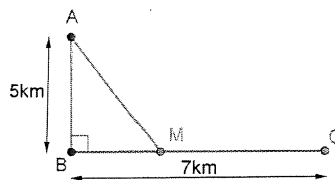
Ta có: $f'(x) = \frac{x\sqrt{3}}{18} - \frac{20-x}{8} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{180}{4\sqrt{3}+9}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{180}{4\sqrt{3}+9}$	20
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta được $x = \frac{180}{4\sqrt{3}+9}$.

Câu 22: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ $5km$, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng $7km$. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc $6km/h$. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.



A. $3\sqrt{2} km$.

B. $\frac{7}{3} km$.

C. $2\sqrt{5} km$.

D. $\frac{7}{2} km$.

Gọi $BM = x$ (km), $0 \leq x \leq 7$. Khi đó: $AM = \sqrt{25+x^2}$ và $MC = 7-x$

Theo đề bài ta có: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ $f'(x) = \frac{3x-2\sqrt{25+x^2}}{4\sqrt{25+x^2}}$

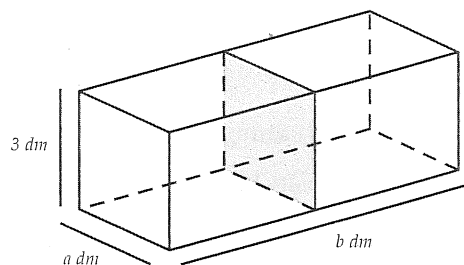
Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{25+x^2} = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}$

Khi đó: $f(0) = \frac{29}{12}$, $f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}$ và $f(2\sqrt{5}) = \frac{14-\sqrt{5}}{12}$

Vậy $\min_{x \in [0;7]} f(x) = f(2\sqrt{5}) = \frac{14-\sqrt{5}}{12}$.

Câu 23: Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72dm^3$ và chiều cao là $3dm$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a, b (đơn vị dm) như hình vẽ.

Tính a, b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.



A. $a = \sqrt{24}$, $b = \sqrt{24}$.

B. $a = 3$, $b = 8$.

C. $a = 3\sqrt{2}$, $b = 4\sqrt{2}$.

D. $a = 4$, $b = 6$.

Hướng dẫn

Có: $V = 72 \Leftrightarrow 3.ab = 72 \Leftrightarrow a = \frac{24}{b}$ (1)

Bể cá tốn ít nguyên liệu nhất nghĩa là diện tích toàn phần nhỏ nhất.

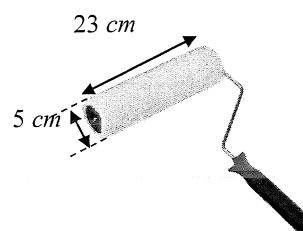
Ta có diện tích toàn phần của bể cá là: $S_p = 3.3a + ab + 2.b3 = \frac{216}{b} + 6b + 24$

(Đến đây các em CALC các đáp án được rồi)

Áp dụng bất đẳng thức Côsi: $S_p = \frac{216}{b} + 6b + 24 \geq 2\sqrt{\frac{216}{b} \cdot 6b} + 24 = 96$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{216}{b} = 6b \Leftrightarrow b = 6 (b > 0)$. Từ (1), ta suy ra: $a = 4$.

Câu 24: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 5cm , chiều dài lăn là 23cm (hình bên). Sau khi lăn tròn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện tích là



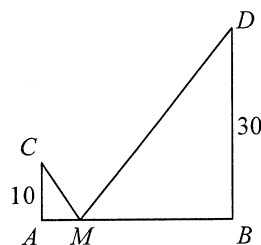
- A. $1725\pi \text{ cm}^2$. B. $3450\pi \text{ cm}^2$.
C. $1725\pi \text{ cm}^2$. D. $862,5\pi \text{ cm}^2$.

Hướng dẫn

Diện tích xung quanh của mặt trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 23 = 230\pi \text{ cm}^2$.

Sau khi lăn 15 vòng thì diện tích phần sơn được là: $S = 230\pi \cdot 15 = 3450\pi \text{ cm}^2$.

Câu 25: Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố X muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón xuân Đinh Dậu 2017 nên đã nhờ bạn Na đến giúp. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Na biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí A và B có độ cao lần lượt là 10m và 30m , khoảng cách giữa hai trụ đèn 24m và cũng yêu cầu bạn Na chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh C và D của trụ đèn (như hình vẽ). Hỏi bạn Na phải đặt chốt ở vị trí cách trụ đèn B trên mặt đất là bao nhiêu để tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

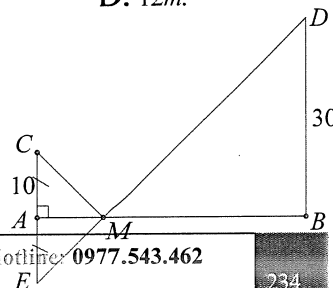


- A. 20m . B. 6m . C. 18m . D. 12m .

Hướng dẫn

Gọi E là điểm đối xứng của C qua AB .

Gọi $M = DE \cap AB$, khi đó bạn Na đặt chốt ở vị trí M thì tổng độ dài hai sợi dây đèn led ngắn nhất.



Ta có $\frac{AE}{BD} = \frac{MA}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow MB = 3MA,$

mà $MB + MA = AB = 24$, suy ra $MA = 6$ và $MB = 18$.

Câu 26: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

- A. 35 (giờ). B. 45 (giờ). C. 25 (giờ). D. 15 (giờ).

Hướng dẫn

Ta có $A = 1500$, 5 giờ = 300 phút.

Sau 5 giờ, số vi khuẩn là $S(300) = 500 \cdot e^{300r} = 1500 \Rightarrow r = \frac{\ln 300}{3}$

Gọi t_0 (phút) là khoảng thời gian, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con.

Ta có $121500 = 500 \cdot e^{rt_0}$

$\Rightarrow t_0 = \frac{\ln 243}{r} = \frac{300 \ln 243}{\ln 3} = 1500 \text{ (phút)} = 25 \text{ (giờ)}.$

Câu 27: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t) = \frac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Sau 10 ngày, đám vi trùng có khoảng bao nhiêu con?

- A. 302542 con. B. 322542 con. C. 312542 con. D. 332542 con.

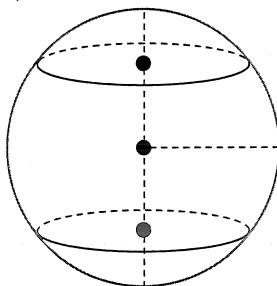
Hướng dẫn

Ta có $N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{7000}{t+2} dt = 7000 \ln |t+2| + C$

Do $N(0) = 300000 \Rightarrow C = 300000 - 7000 \ln 2$

Khi đó $N(10) = 7000 \ln 12 + 300000 - 7000 \ln 2 = 312542$. Chọn C

Một khối cầu có bán kính là $5(dm)$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(dm)$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\frac{100}{3}\pi(dm^3)$

B. $\frac{43}{3}\pi(dm^3)$

C. $41\pi(dm^3)$

D. $132\pi(dm^3)$

Hướng dẫn

Trên hệ trục tọa độ Oxy , xét đường tròn $(C): (x-5)^2 + y^2 = 25$. Ta thấy nếu cho nửa trên trục Ox của (C) quay quanh trục Ox ta được mặt cầu bán kính bằng 5. Nếu cho hình phẳng (H) giới hạn bởi nửa trên trục Ox của (C) , trục Ox , hai đường thẳng $x=0, x=2$ quay xung quanh trục Ox ta sẽ được khối tròn xoay chính là phần cắt đi của khối cầu trong đề bài.

Ta có $(x-5)^2 + y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{25-(x-5)^2}$

\Rightarrow Nửa trên trục Ox của (C) có phương trình $y = \sqrt{25-(x-5)^2} = \sqrt{10x-x^2}$

\Rightarrow Thể tích vật thể tròn xoay khi cho (H) quay quanh Ox là:

$$V_1 = \pi \int_0^2 (10x - x^2) dx = \pi \left(5x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{52\pi}{3}$$

Thể tích khối cầu là: $V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{500\pi}{3}$

Thể tích cần tìm: $V = V_2 - 2V_1 = \frac{500\pi}{3} - 2 \cdot \frac{52\pi}{3} = 132\pi(dm^3)$

Cách 2: Hai phần cắt đi có thể tích bằng nhau, mỗi phần là một chỏm cầu có thể tích

$$V_1 = \pi \int_d^R (R^2 - x^2) dx = \pi \int_3^5 (25 - x^2) dx = \frac{52\pi}{3}$$

Vậy thể tích của chiếc lu là $V = V_c - 2V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 - 2\frac{52}{3}\pi = 132\pi$

Câu 28: Một cái ly có dạng hình nón được rót nước vào với chiều cao mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao hình nón. Hỏi nếu bịch kính miệng ly rồi úp ngược ly xuống thì tỷ số chiều cao mực nước và chiều cao hình nón xấp xỉ bằng bao nhiêu?

- A. 0,33. B. 0,11. C. 0,21. D. 0,08

Hướng dẫn

Gọi chiều cao và bán kính đường tròn đáy của cái ly lần lượt là h và R .

Khi để cốc theo chiều xuôi thì lượng nước trong cốc là hình nón có chiều cao và bán kính đường tròn đáy lần lượt là $\frac{2h}{3}$ và $\frac{2R}{3}$.

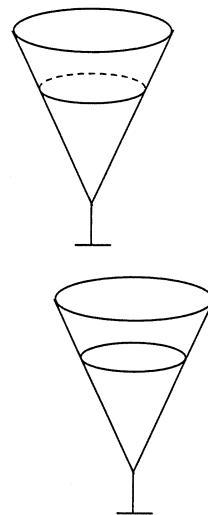
Do đó thể tích lượng nước trong bình là $\frac{8V}{27} \Rightarrow$ Phần không chứa nước chiếm $\frac{19}{27}V$.

Khi úp ngược ly lại thì phần thể tích nước trong ly không đổi và lúc đó phần không chứa nước là hình nón và ta gọi h' và R' lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của phần hình nón không chứa nước đó.

Ta có $\frac{R'}{R} = \frac{h'}{h}$ và phần thể tích hình nón không chứa nước là $\frac{19}{27}V$

$$\Rightarrow \frac{h'}{3} \cdot \pi R'^2 = \frac{19}{27} \cdot \frac{h}{3} \cdot \pi R^2 \Leftrightarrow \left(\frac{h'}{h}\right)^3 = \frac{19}{27} \Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{\sqrt[3]{19}}{3}.$$

Do đó tỷ lệ chiều cao của phần chứa nước và chiều cao của cái ly trong trường hợp úp ngược ly là $1 - \frac{h'}{h} = \frac{3 - \sqrt[3]{19}}{3}$.



***Tổng Kết:**

Như vậy là đã đến trang cuối cuốn bí kíp, tuy nhiên phần còn lại vẫn còn tiếp tục cập nhật để các em rèn luyện nhớ là phải chăm cày nhé

Nhớ vào <http://bikiptheluc.com/sach> để cập nhật các kĩ năng và bài tập tự luyện mới.

Hi vọng cuốn sách này sẽ giúp các em tiến bộ hơn nhiều so với lúc nhận nó và điều quan trọng hơn là nó giúp em đổ vào trường mình thích, anh chỉ mong muốn như vậy là đã cảm thấy tự hào về em lắm rồi ! Cố gắng lên em nhé !!!

Cảm ơn các em đã luôn tin tưởng và ủng hộ anh !

Casio Expert : Nguyễn Thế Lực

Hà Nội, 19/10/2017